

# Le temps des populations : reconstruction, dynamiques et viabilité

Noël BONNEUIL

Ined-Éhess

février 2025

## Table des matières

<b>1 Le temps des populations</b>	<b>2</b>
1.1 L'inattendu . . . . .	2
<b>2 Le temps des changements démographiques</b>	<b>2</b>
2.1 Reconstructions des populations du passé . . . . .	2
2.2 Les sentiers démographiques du lointain passé . . . . .	3
2.3 La « paléo-démographie » . . . . .	4
2.4 L'ancien régime démographique . . . . .	5
2.4.1 Régulation territoriale en Pays de Caux, 1588-1700 . . . . .	5
2.4.2 Malthus-Boserup . . . . .	6
2.4.3 La viabilité des populations traditionnelles : nomades et pêcheurs .	7
2.5 La diffusion des comportements et la transition démographique . . . . .	9
2.5.1 La transition française 1806-1906 . . . . .	9
2.5.2 La mobilité sociale dans la France du XIXe siècle . . . . .	10
2.5.3 Les migrations au XIXe siècle et le rôle de la parentèle . . . . .	10
2.5.4 L'âge au mariage dans la France du XIXe siècle . . . . .	11
2.5.5 La transition égyptienne 1960-1996 . . . . .	11
2.5.6 La transition contraceptive en Colombie . . . . .	12
2.5.7 L'influence de l'économie dans la transition démographique . . . . .	13
2.5.8 L'apprentissage de l'hygiène et le début de la transition de la mortalité : le rôle majeur des religions . . . . .	14
2.5.9 La saisonnalité des mariages au cours de la transition révèle l'avancement de la sécularisation . . . . .	14

2.5.10	Les saisonnalités de la mortalité au début de la transition de la mortalité révèlent les maladies hydriques et respiratoires . . . . .	15
2.5.11	La transition de la nuptialité entre économie et conservatisme en Russie sud : l'influence des groupes confessionnels . . . . .	15
2.5.12	La transition des migrations : migrer vers une terre fertile mais segmentée et communautariste : le cas du Territoire de l'Armée du Don (Russie sud) 1867-1916 . . . . .	16
2.5.13	Saisonnalité des conceptions dans les populations traditionnelles .	17
2.5.14	La saisonnalité des classes d'âge converge après fluctuations et dépend surtout de celle des naissances . . . . .	18
2.5.15	La révolution de la scolarisation, France XIXe siècle (équations différentielles commandées d'ensembles) . . . . .	18
2.6	Le baby-boom/baby-bust du XXe siècle : figure du temps et viabilité . .	19
2.7	La santé au cours du cycle de vie . . . . .	21
2.7.1	Maladies infectieuses : rougeole, SIDA, variole . . . . .	21
2.7.2	Gestion des files d'attente en soins intensifs dans le cas de la Covid-19	21
2.7.3	La dépendance au grand âge . . . . .	22
	Les aidants informels . . . . .	22
	Les transitions entre statuts de dépendance . . . . .	23
2.7.4	Expression des gènes au cours de la vie . . . . .	23
2.7.5	Les composantes génétiques du vieillissement . . . . .	24
2.7.6	Les composantes évolutionnistes du soin paternel porté aux enfants	24
2.7.7	Le développement de l'enfant . . . . .	25
2.8	Émotions et populations . . . . .	25
2.8.1	La mathématique des émotions . . . . .	25
2.8.2	L'amour courtois : changement de régime émotionnel dans les relations entre les sexes . . . . .	26
2.8.3	Jeu dynamique de l'escalade vers le conflit . . . . .	27
2.9	Viabilité en économie des populations . . . . .	28
2.9.1	Le marché du travail féminin, l'économie du travail . . . . .	28
	Personnel d'entreprise d'une PME 1946-1986 . . . . .	28
	Glissement-vieillesse-technicité dans une entreprise à forte mobilité	29
	Le marché du travail féminin . . . . .	29

La précarité sur le marché du travail féminin . . . . .	29
Santé et itinéraire professionnel . . . . .	31
2.9.2 La viabilité économique du cycle de vie . . . . .	31
2.9.3 Congruence entre possibilités intrinsèques des objectifs et capacités des agents : incohérence temporelle en économie, suivi des patients et anticipation de la mortalité . . . . .	32
2.9.4 Arbitrage entre consommation et épargne pour leg : le rôle de la subjectivité de la qualité de la vie et de la mortalité anticipée . . .	33
2.9.5 Un biais cognitif à anticiper la mortalité affecte la qualité subjective de la vie et le style de consommation associé . . . . .	34
2.9.6 Un biais cognitif à anticiper son temps de séjour restant dans le poste de travail . . . . .	35
2.10 Déficit des ménages et choix des moyens de recours . . . . .	36
2.10.1 Les retraites par répartition . . . . .	36
2.10.2 Les retraites par capitalisation . . . . .	37
2.10.3 L'équité entre générations . . . . .	38
2.10.4 La dynamique des millésimes . . . . .	38
2.10.5 L'origine des préférences économiques . . . . .	39
2.10.6 La croissance endogène . . . . .	39
2.10.7 Les communs . . . . .	39
Populations et transition énergétique . . . . .	39
La viabilité mathématique des communs . . . . .	40
Équilibres de Nash dans la pollution des communs . . . . .	40
La nuptialité pour réguler les communs : le cas des Cosaques du Don, 1863-1916 . . . . .	41
2.10.8 Les réseaux sociaux . . . . .	41
<b>3 Le maintien du polymorphisme génétique</b>	<b>43</b>
3.1 Recombinaison génétique et sélection naturelle . . . . .	43
3.2 Regagner la bio-diversité . . . . .	43
3.3 Migration et sélection . . . . .	44
3.4 Diversité génétique dans le modèle de Moran et viabilité sous dynamique stochastique . . . . .	44

3.5	La valeur économique de la bio-diversité . . . . .	45
3.6	Jeux dynamiques des populations . . . . .	46
<b>4</b>	<b>La mathématique du temps des populations : théorèmes, algorithmes, Histoire et théorie du temps</b>	<b>47</b>
4.1	Existence et unicité des solutions de Lotka-McKendrick . . . . .	47
4.2	Les multiplicateurs de viabilité font découler les modèles des contraintes . .	47
4.3	Mon algorithme de viabilité : le défi de la grande dimension . . . . .	48
4.4	L'optimum viable . . . . .	48
4.5	Les équilibres de Nash viables . . . . .	49
4.6	Histoire et théorie du temps . . . . .	49

# 1 Le temps des populations

## 1.1 L'inattendu

Une partie de la démographie a pour objet l'étude des populations stables, de la convergence vers des équilibres, des cycles, des distributions asymptotiques. Or, les populations humaines, par leur caractère historique, appellent une autre façon de penser le temps. Par exemple, les séries temporelles de comportement de fécondité montrent des heurts, des ruptures, des sauts de régime, des stagnations temporaires, de l'inattendu... Cette variabilité des signaux temporels pose la question de la viabilité des systèmes sous-jacents : comment, dans nos économies avancées, gérer les à-coups de la structure par âge, comme l'arrivée massive d'élèves puis d'étudiants puis de demandeurs d'emplois puis désormais de retraités ? Comment, dans les populations traditionnelles, maintenir la société au fil du temps et des générations sur un territoire donné, en dépit des guerres, des épidémies, des disettes ? Qu'est-ce qui fait qu'un nouveau comportement tel que le fait de faire moins d'enfants apparaît et se diffuse dans l'espace géographique et social, comme ce fut le cas en France à partir du milieu du dix-huitième siècle et tout au long du dix-neuvième ?

Ces questions recouvrent celles de la non-linéarité des processus en démographie, en économie, en génétique des populations, celles de l'incertitude et de la prévisibilité des systèmes et celles de l'intervention humaine.

# 2 Le temps des changements démographiques

## 2.1 Reconstructions des populations du passé

Les registres paroissiaux ont permis de constituer des séries de mariages, baptêmes et sépultures. Mon premier travail à l'entrée dans la carrière a été de proposer une méthode de reconstruction de la population à partir de longues séries de baptêmes et sépultures,<sup>1</sup> en tablant sur une certaine stabilité de la tendance de l'espérance de vie avant et après la date de début de la série des sépultures.

En présence de recensements réguliers, j'ai proposé une reconstruction originale,<sup>2</sup> ca-

---

<sup>1</sup>N. Bonneuil et J. N. Biraben (1986) « Population et Société en Pays de Caux au XVIIe siècle », *Population* 6, 937-960.

<sup>2</sup>N. Bonneuil (1997) *Transformation of the French demographic landscape*. Oxford : Clarendon Press, 224 pages.

pable, en s'appuyant sur les données de décès par âge, de corriger les données de la SGF et d'aboutir à un nouveau panorama des forces démographiques (fécondité, mortalité, migration nette par âge).

Une difficulté souvent rencontrée dans l'analyse des données historiques est celle des lacunes et des erreurs d'enregistrement. J'ai proposé une méthode originale combinant l'optimisation stochastique avec les équations de Lotka-McKendrick avec migration, où la distance à minimiser est l'écart entre la reconstruction et les mouvements de populations ou les recensements. Avec Elena Fursa, de l'Université fédérale de Russie Sud, nous avons traité le cas empirique des subdivisions administratives dans le sud de la Russie entre 1863 et 1916.<sup>3</sup>

La reconstruction du marché matrimonial et de la série temporelle des pyramides des âges par état civil à partir d'enregistrements imparfaits est obtenue comme solution d'un autre programme de minimisation en grande dimension. La correspondance des âges entre mariés à chaque mois de l'année entre 1867 et 1916 est également obtenue comme solution d'un programme de minimisation stochastique, en évitant d'introduire des fonctions de mariage ad hoc.<sup>4</sup>

## 2.2 Les sentiers démographiques du lointain passé

Un aperçu du lointain temps des populations est désormais rendu possible par la possibilité d'exploiter les données de génétique moléculaire. Les fluctuations démographiques du lointain passé se répercutent en effet sur l'hétérogénéité du génome, en particulier celui de l'ADN mitochondrial à taux de mutation plus élevé que l'ADN nucléaire. La distribution des paires de nucléotides porte-t-elle la signature d'un « goulot d'étranglement » survenu il y a des milliers d'années, comme il a été abondamment commenté ? Montgomery Slatkin, dans le laboratoire duquel j'ai travaillé six mois (Berkeley, Californie), a montré notamment que les échantillons recueillis sont compatibles avec l'hypothèse d'une population constante depuis toujours, comme ils le sont aussi avec celle d'une population exponentielle.

J'ai proposé de trouver<sup>5</sup> l'ensemble de tous les sentiers temporels possibles capables

---

<sup>3</sup>N. Bonneuil et E. Fursa, (2011) « Optimal Population Path Fitting for Flawed Vital Statistics and Censuses », *Journal of Optimization Theory and Applications* 148-2, 301-317. Bonneuil, N. (2017) « Reconstruction of populations by stochastic optimization: sensitivity analysis », *Mathematical Population Studies* 24(3), 181-189.

<sup>4</sup>N. Bonneuil et E. Fursa, (2012) « Optimal Marriage Fitting for Imperfect Statistics », *Journal of Optimization Theory and Applications*, 153, 532-545.

<sup>5</sup>N. Bonneuil, (1998) « Population paths implied by the mean number of pairwise nucleotide differences

de produire l'hétérogénéité génétique observée (le polymorphisme). C'est un problème de viabilité : je cherche le plus grand ensemble d'états à partir desquels il existe une solution menant au résultat observé, qui est ici l'intervalle de confiance du nombre de différences génétiques au sein d'un échantillon d'individus (différences nucléotidiques au sein d'une paire de gènes prise au hasard). La solution dont je parle ici est celle du processus dit « coalescent » : connaissant les génomes mitochondriaux des individus d'un échantillon, on calcule la probabilité que deux d'entre eux aient un même ancêtre commun il y a un certain nombre de générations. Cette probabilité dépend de l'histoire de l'effectif de la population. En outre, les différences génétiques de ces deux individus sont imputables aux seules mutations survenues depuis l'ancêtre commun. D'où la relation entre différences génétiques et fluctuations démographiques du passé, qui reste néanmoins difficilement traitable lorsque la population est considérée variable dans le temps.

Plutôt que de valider un scénario plausible ou spectaculaire (comme le fameux « goulot d'étranglement » démographique), voilà le domaine des histoires possibles reflétées par les données (ce domaine pouvant parfois se réduire à une seule trajectoire). La difficulté d'une telle attitude tient bien sûr à l'appareillage mathématique qui n'est pas immédiat, et dans le cas de la théorie de la viabilité et de l'analyse multivoque, est inusité.

### 2.3 La « paléo-démographie »

Un autre cas d'étude vient de la paléo-démographie : on a essayé de déduire la fécondité et la mortalité de la distribution par âge (dont la détermination même est sujette à caution) de squelettes retrouvés dans des cimetières. Les scénarios les plus simples, tels que les modèles de population stationnaires ou stables donnent un ajustement assez pauvre aux données. Il y a peu de chance en effet que des routes démographiques aussi simples aient jamais existé, si l'on garde à l'esprit les fluctuations très irrégulières de la fécondité et de la mortalité reconstruites au XVIIe siècle français. Au contraire, ma position a été de faire remarquer que la distribution par âge des squelettes ne donne qu'une indication sur l'ensemble des trajectoires démographiques, celles passant par les états démographiques du domaine de capture de cette distribution, qui apparaît alors comme une cible dans un espace d'états approprié, sous une dynamique de type Lotka-McKendrick. Parmi ces sentiers démographiques produisant la distribution de décès par âge observée, l'un d'entre

---

among mitochondrial DNA sequences », *Annals of Human Genetics* Jan 62, 61-73.

européen est le plus parcimonieux en termes de fluctuations de la fécondité et de la mortalité, et de déviation par rapport à la structure par âge stable. Le trouver nécessite de sortir du cadre stable, au prix d'une augmentation radicale du nombre de degrés de liberté (de 2 dans le cas stable à 25 dans le cas du cimetière de Belleville, Ontario). C'est ce que j'ai mis en œuvre en m'appuyant sur les techniques modernes d'optimisation stochastique.<sup>6</sup> J'ai montré par exemple que l'espérance de vie moyenne et la fécondité moyenne sont ainsi correctement reconstruites, et j'ai pu estimer ces mesures dans les cas du cimetière de Belleville, Ontario (1821-74) et de Dallas, Texas (1869-1907).

## 2.4 L'ancien régime démographique

### 2.4.1 Régulation territoriale en Pays de Caux, 1588-1700

Le XVIIe siècle français constitue un terrain exceptionnel pour observer des populations soumises à des conditions drastiques de mortalité et de subsistance. La peste survient tous les trente ans, quand ce n'est pas la guerre, la dysenterie ou la famine. Les séries observées (baptêmes, mariages, sépultures) présentent un aspect très irrégulier.

Pour « faire parler ces données », certains historiens repèrent les plus « hauts » pics de nombre de morts, qu'ils appellent « crises de mortalité ». D'autres se restreignent à l'étude des fluctuations de court terme à l'aide de modèles économétriques simples.<sup>7</sup>

Il est plus difficile de reconstruire les populations du passé, pour mettre à jour les processus de la mortalité et de la fécondité. J'ai pris pour objet d'étude la population du Pays de Caux, 1588-1700. Les recensements n'existent pas pour de telles populations anciennes. J'ai proposé une méthode originale reposant sur les seules données de séries paroissiales pour obtenir des séries d'indicateurs de fécondité et de mortalité sur ces 113 ans d'ancien régime démographique.

Leur aspect extrêmement irrégulier décourage d'en comprendre la dynamique sous-jacente, si l'on s'en tient à la démographie ou à l'économétrie traditionnelles. Replacer ces trajectoires dans un espace mathématique approprié (l'espace des phases) en restitue au contraire les heurts, les à-coups ou les lenteurs. Cette opération livre de manière clinique l'anatomie des crises ou des soubresauts conjoncturels. Un modèle mêlant contraintes d'exploitation des sols, nuptialité et fécondité des couples aux cadences de la mortalité

<sup>6</sup>N. Bonneuil (2005) « Fitting to a distribution of deaths by age with application to paleodemography », *Current Anthropology* 46, 29-45.

<sup>7</sup>N. Bonneuil (1991) « Temporalités en démographie historique », *Histoire et Mesure* VI-1/2, 137-148.

se révèle un bon candidat explicatif, capable non seulement de mimer toutes les séries reconstruites, mais aussi de retracer la série des nombres observés de mariages, série jusqu'à indépendante de la reconstruction et de la simulation.

La fécondité de cette population s'articule autour de deux niveaux, concrétisés par deux attracteurs s'échangeant la trajectoire : un niveau faible correspondant à une population vieillie du fait de l'absence de crise récente, un niveau élevé, correspondant à l'arrivée de jeunes couples sur les terres libérées de leurs occupants plus âgés par une crise récente. La pyramide des âges des mariables joue également un rôle : vieillie par l'absence de crises, elle est capable d'amortir les pertes lorsqu'une crise survient, maintenant la fécondité à un niveau faible ; décimée par des crises successives, elle fournit un contingent de mariés très jeunes, donc à terme une fécondité forte. Enfin, ce modèle issu des données empiriques du Pays de Caux permet d'approfondir les conséquences d'une telle relation entre populations et ressources. En procédant par simulation et en faisant varier la probabilité d'occurrence de crises de mortalité, j'ai montré qu'il existe une valeur de bifurcation, c'est-à-dire une valeur de part et d'autre de laquelle le système fonctionne dans des régimes différents. Au-delà de huit crises par siècle, la fécondité reste toujours élevée, maintenue par une forte mortalité, et la population, bien que féconde, risque en dernier ressort d'être anéantie si la mortalité l'emporte définitivement sur la reproduction ; en-deçà, on observe une fécondité à deux régimes, et on retrouve le cas empirique du Pays de Caux ; en l'absence de crise, la fécondité se confine en un seul régime, celui du niveau faible, correspondant à un âge au mariage élevé. Cette étude m'a permis non seulement de valider pour la première fois le modèle de régulation territoriale sur de vraies données historiques, mais aussi d'en mettre à jour les propriétés topologiques associées aux fluctuations historiques de la mortalité.<sup>8</sup>

#### 2.4.2 Malthus-Boserup

Ce cas d'étude soulève la question des interactions entre population et environnement. Après que Malthus eut dénoncé la croissance démographique comme source d'appauvrissement, Boserup a soutenu qu'une population nombreuse a un effet positif sur l'innovation technologique. Or, certaines observations empiriques vont dans le sens de Boserup, d'autres non.

J'ai proposé de réviser le cadre théorique de ce débat en donnant une place centrale

---

<sup>8</sup>N. Bonneuil (1990) « Turbulent Dynamics in a 17th century population », *Mathematical Population Studies* 2, 289-311.

à l'inertie (le temps nécessaire à la mise en œuvre de l'action) inhérente au changement technologique, et en considérant l'innovation non plus comme un processus mécanique, mais comme une fonction multivoque circonscrivant des devenirs possibles.<sup>9</sup> Cela permet de retrouver les idées de Boserup sans les postuler, mais aussi de rétablir la contingence et l'imprévisibilité dans les comportements humains.

En représentant l'espace des possibles sous contraintes, j'ai montré comment l'hypothèse Boserupienne s'incorpore dans une perspective plus large, où une myriade de dynamiques Boserupiennes coexiste avec d'autres non-Boserupiennes. Lorsque le temps passe et que la population, s'accroissant, se rapproche de l'équilibre malthusien, synonyme de bas revenus, l'espace des possibles se rétrécit, constituant une exhortation de plus en plus pressante à modifier l'ordre des choses, donc à inventer des techniques nouvelles. Mais cela n'est pas forcément, comme le montre d'ailleurs l'observation.<sup>10</sup>

#### 2.4.3 La viabilité des populations traditionnelles : nomades et pêcheurs

L'anthropologue Fredrik Barth (1981) décrit une autre société traditionnelle, celle des nomades Basseri. Il montre comment cette société est organisée de manière à assurer sa perpétuation, et identifie les processus par lesquels l'unité du camp est maintenue. Quand Barth recourt à la notion d'équilibre et de jeux statiques pour expliquer l'histoire du groupe, j'ai montré<sup>11</sup> qu'il parle en réalité de jeux dynamiques et de viabilité, hors équilibres. L'équilibre au contraire se traduit par la famine, et le problème des nomades précisément est de se maintenir loin de cet équilibre tant que leurs ressources et leur démographie le permettent. Pour y arriver, le groupe utilise des « stratégies »: successivement le choix du site où s'installer temporairement (quand doit-on quitter le campement et où aller ?), la réduction de la consommation individuelle en situation de pénurie alimentaire, et finalement la sédentarisation des plus pauvres, partant vendre leur force de travail dans les fermes, de sorte à soulager le bétail de la demande humaine. Si toutes ces régulations échouent, la mortalité s'accroît jusqu'à ajuster la population aux ressources. Dans cette histoire, les nomades prennent des décisions sous la pression des contraintes présentes et à venir, ils modifient donc sans cesse leur propre histoire, leur « trajectoire » dans l'espace

---

<sup>9</sup>en écrivant une inclusion différentielle  $x' \in F(x)$ .

<sup>10</sup>N. Bonneuil (1994) « Malthus, Boserup and Population Viability », *Mathematical Population Studies* 4(5), 107-119.

<sup>11</sup>N. Bonneuil (1997) « Jeux, équilibres et régulation des populations sous contraintes de viabilité : une lecture de l'œuvre de l'anthropologue Fredrik Barth », *Population* 4, 947-976.

des états possibles. Ils ne peuvent pas envisager leur futur en terme de trajectoires, mais plutôt en terme d'ensembles atteignables. Le chef du groupe est précisément celui en charge de prendre les décisions viables, faisant de son mieux pour éviter de se tromper ; techniquement parlant, ces décisions sont celles qui conduisent le groupe à l'intérieur de l'ensemble des contraintes de survie du groupe (avec la difficulté supplémentaire que les interactions entre humains et bétail sont non linéaires). Dans cet exemple concret, la prise de décision en incertitude (elle-même provenant de l'imprévisibilité inhérente à la disponibilité des terres, à la météorologie, aux calamités naturelles, ...) est essentielle. Au lieu d'un temps chronologique, nous avons un temps social, où un nombre fini de commandes rend possible une multitude d'histoires différentes.

Cette population traditionnelle a donc inventé des freins préventifs originaux, dispensant les couples d'avoir recours au plus classique retard au mariage ou à une restriction de la fécondité. Elle invente perpétuellement sa propre histoire, selon ses ressources et son développement.

Dans son autre étude des pêcheurs norvégiens, Barth montre que les capitaines de bateaux doivent sans cesse choisir entre suivre les autres bateaux ou partir seuls à la recherche de nouveaux bancs de poissons. La stratégie change donc tout le temps en fonction des comportements des autres bateaux. J'ai montré qu'il s'agissait en fait d'un problème dynamique, en décrivant le *domaine de victoire* dans l'espace d'état constitué du capital (bateau et équipage) au temps  $t$ , du volume des prises et de la probabilité à  $t$  de trouver une meilleure prise en prenant des risques. Il ne s'agit plus de prévoir ce que les autres acteurs feront, mais de déterminer l'ensemble des états à partir desquels un capitaine a encore la possibilité d'éviter la ruine, et quelles stratégies, selon l'état du système, le lui permettront. Comment un capitaine réagit effectivement, de manière plus ou moins habile, produit une histoire ; le domaine de victoire et ses ensembles associés de stratégies viables discriminent succès et banqueroutes parmi toutes les histoires possibles. Comme dans ce cas concret, la théorie moderne des jeux dynamiques étend la théorie des jeux et permet de surmonter les limitations inhérentes au cadre statique de la théorie des jeux.

## 2.5 La diffusion des comportements et la transition démographique

### 2.5.1 La transition française 1806-1906

Entre les fluctuations à des niveaux moyens bas de la fécondité moderne et celles aux niveaux moyens élevés de la fécondité au XVIIe siècle, la « transition démographique » pose la question du changement des comportements dans le temps et dans l'espace. Pour l'investir, j'ai repris les données de la Statistique Générale de la France du XIXe siècle par départements.

Les recensements fréquents (tous les 5 ans) sont détaillés au niveau des départements, et les statistiques de décès par âge étaient tenues annuellement à partir de 1851. Ces documents sont, comme beaucoup d'autres statistiques, entachés d'erreurs de comptes, de sous-enregistrement ou de défauts de déclaration. Il ne faut pas négliger cette question inhérente aux statistiques démographiques. La prise en compte minutieuse du sous-enregistrement dans le cas du XIXe siècle m'a permis de renvoyer aux mythes le fameux baby-boom des années 1870, et de re-situer le parcours français qui, s'il reste pionnier en Europe, n'est pas aussi marginal qu'on l'a professé. Ce résultat, auquel est arrivé indépendamment le chercheur américain David Weir, peut créer un débat intéressant, dans la mesure où la croyance à une avance française dans le déclin de la fécondité et aux fluctuations de celle-ci au XIXe siècle a donné lieu à une littérature abondante, tant sur le rôle historique de la France que sur le rythme général d'une transition démographique.

Sur la base de ma reconstruction de population de 1806 à 1906 par département,<sup>12</sup> en incorporant des variables explicatives telles que le degré d'urbanisation ou le niveau d'instruction féminine, la transition apparaît comme un système dynamique dans l'espace et dans le temps. Des techniques économétriques appropriées (clusters, analyse en composantes principales, régressions simultanées, co-intégration) permettent de l'étudier.<sup>13</sup> Notamment, la hiérarchie urbaine, qui avait été occultée faute de reconstruction adéquate des données, se révèle fondamentale à la transition. Enfin, la nature même de ce processus est double : au début de la transition, le comportement de fécondité s'adapte à un environnement changeant, puis, une fois amorcé, le déclin continue à son rythme propre, qui

<sup>12</sup>N. Bonneuil (1997) *Transformation of the French demographic landscape*. Oxford : Clarendon Press, 224 pages.

<sup>13</sup>J'ai également, dans un autre objet d'étude, proposé un traitement original de séries temporelles qualitatives, dans le cadre de l'étude des conflits de 163 groupes minoritaires suivis de 1945 à 1995 : N. Bonneuil and N. Auriat (2000) « Fifty Years of Ethnic Conflict and Cohesion », *Journal of Peace Research* 37 (5), 563-581.

s'apparente à une vague d'innovation parcourant l'espace à partir de centres diffuseurs.

### 2.5.2 La mobilité sociale dans la France du XIXe siècle

J'ai contribué à l'exploitation d'une enquête nominative sur le XIXe siècle, celle dite des « TRA » de Jacques Dupâquier et Denis Kessler, réunissant près de 45000 actes de mariage appartenant à 3000 généralogies suivies au cours du temps. Là aussi, ce qui m'intéresse, c'est d'étudier le changement des comportements sociaux et démographiques.

En particulier, les données TRA se prêtent très bien à l'analyse de la mobilité sociale. Les spécialistes de cette question construisent généralement des matrices de transition, où pères et fils sont classés selon des catégories préétablies. Or, le métier à cette époque recoupe une notion variable selon l'époque et le lieu. J'ai donc proposé de construire un score continu à affecter à un métier neutralisant les effets de lieu et de temps. Pères et fils ou mères et filles deviennent alors comparables en se passant de catégories prédéfinies. La transformation père-fils se définit comme une correspondance au sens mathématique, qu'il s'agit ensuite de caractériser en la segmentant par des modèles économétriques.<sup>14</sup> J'ai ainsi pu caractériser l'espace géographique et l'espace social français en termes de mobilité sociale, en tenant compte des variables d'éducation, de profession, de résidence, de mortalité des parents, de temps.

### 2.5.3 Les migrations au XIXe siècle et le rôle de la parentèle

Le chaînage généralogique des certificats de mariage de l'enquête TRA ouvre encore la possibilité unique d'étudier les composantes familiales des migrations. L'interdépendance familiale des comportements empêche de traiter les individus comme indépendants les uns des autres. Au contraire, j'ai proposé de construire une analyse biographique multi-niveaux à équations simultanées, où il est enfin possible de tester le rôle du « réseau » familial.<sup>15</sup> J'ai confirmé la présence de deux processus de migrations, courte et longue distance, l'importance de la profession des parents et des beaux-parents, du frère ou de la sœur aînés, l'influence de la primo- et de l'ultimo-géniture, de l'éducation,...

---

<sup>14</sup>N. Bonneuil and P.A. Rosenthal (1999) « Changing social mobility in 19th century France », *Historical Methods* Spring 32-2, 53-73.

<sup>15</sup>N. Bonneuil, A. Bringé, and P.A. Rosenthal (2008) « Familial Components of First Migrations after Marriage in nineteenth century France », *Social History* 33-1, 36-59.

#### 2.5.4 L'âge au mariage dans la France du XIXe siècle

L'enquête des 3000 familles TRA permet de rendre compte de la transition de la nuptialité selon les métiers et selon les départements.<sup>16</sup> Une analyse des correspondances multiple met en évidence que les dimensions explicatives de la dispersion des âges au mariage sont l'axe des métiers et l'axe urbain-rural. Signer son certificat de mariage est associé à un âge plus jeune au mariage. Le décès de la mère du marié est associé à un marié plus jeune. On se marie légèrement plus tardivement en ville qu'à la campagne, mais les femmes se marient tendanciellement plus jeunes au cours du siècle. La saisonnalité des mariages forte en milieu rural avec pics dans l'ordre de février, novembre et juin, et creux par ordre en mars, décembre et août, s'estompe complètement à la ville. Les jours de la semaine les plus choisis en début de siècle, mardi, mercredi et lundi, sont progressivement délaissés au profit du samedi, surtout en ville mais pas seulement. La comparaison des lieux de naissance et des lieux de mariage dessinent une carte de France de la mobilité selon que les deux conjoints sont ruraux ou urbains, en distinguant des schémas « local », de diffusion, « local ou Paris » et « local vers Paris ».

#### 2.5.5 La transition égyptienne 1960-1996

Avec Chouaa Dassouki, dans le cadre de l'étude de la transition démographique, j'ai également reconstruit la fécondité en Égypte de 1960 à 1996, d'une part à l'échelle spatiale des gouvernorats divisés en rural et urbain, soit 38 subdivisions couvrant le territoire,<sup>17</sup> d'autre part à l'échelle des *qaryas*, *medinas*, *shiyakhats*, *qisms*, soit 4905 subdivisions administratives.<sup>18</sup> Par sa géométrie et son histoire économique et politique contrastée, le cas de l'Égypte est particulièrement intéressant. La mise en relation des séries de fécondité avec la mortalité et les taux de migration reconstruits, avec les séries de niveaux d'instruction, de statut matrimonial, et les variables d'emplois dans les différents secteurs se heurte au fait que, au cours de la transition démographique, de nombreuses variables varient conjointement et sont auto-corrélées dans l'espace et dans le temps. Le modèle

<sup>16</sup>Bonneuil, N. (1992) Démographie de la nuptialité au XIXe siècle, in Jacques Dupâquier et Denis Kessler (dir.), *La société française au XIXe siècle*. Paris : Fayard, 83-119.

<sup>17</sup>N. Bonneuil and C. Dassouki (2007), « Economics, Geography, Family Planning and Rapidity of Change in the Demographic Transition: the Case of the Egyptian Muhafazas 1960-1996 », *Journal of Developing Areas* 40-2, 185-210.

<sup>18</sup>N. Bonneuil and C. Dassouki (2006), « Women's Education and Diffusion of the Fertility Transition: the Case of Egypt 1960-1996 in 4905 Administrative Subdivisions », *Journal of Population Research* 23-1, 1-24.

mis au point traite ces difficultés et permet de tester la diffusion à partir des chefs-lieux de gouvernorats, des grandes villes (Le Caire, Alexandrie, Port Saïd) ou bien aux plus proches voisins. Un des résultats remarquables est que, après les effets économiques, sanitaires, d'instruction et de planning familial, il reste une forte diffusion des comportements, concourant à un portrait holistique de la transition. Un autre résultat est que la rapidité de changement dans les années soixante-dix a créé une forte hétérogénéité au sein d'un même gouvernorat : la transition n'affecte pas les comportements de manière uniforme, mais provoque des disparités qui mettent du temps à se résorber. Le court baby-boom de 1974-85 suspend ces disparités pour un temps, surtout dans la Haute Vallée, parce que la fécondité dans les subdivisions avancées dans la transition remonte brusquement sous l'effet d'un boom économique et d'un saisissement politique. La carte des disparités que nous avons dressée est un guide utile au déploiement du planning familial.

#### **2.5.6 La transition contraceptive en Colombie**

L'analyse de biographies multi-niveaux multi-processus m'a permis d'identifier les déterminants de la transition contraceptive en Colombie entre 1950 et 1994 pour les femmes nées entre 1935 et 1979.<sup>19</sup> Les trajectoires individuelles montrent beaucoup de discontinuités dans l'usage de la contraception. La cohorte 1935-39 des femmes rurales montre la plus grande adhésion au comportement traditionnel consistant à n'utiliser aucun contraceptif ou à recourir à des méthodes traditionnelles (Ogino, coït interrompu, douche), tandis que la cohorte 1970-79 de femmes urbaines est la plus enclue à adopter la contraception. Les femmes jeunes utilisent celle-ci de manière discontinue, alors qu'une part importante de la fécondité est concentrée à ces jeunes âges. La contraception est fortement associée aux conditions de vie matérielles, l'instruction ne jouant qu'un rôle très secondaire (phénomène remarqué dans d'autres études). Aucune préférence pour l'un ou l'autre sexe des enfants n'apparaît ; aucune différence significative non plus entre ville et campagne. La pilule et le préservatif masculin sont souvent utilisés pour une courte période et de manière intermittente. Le stérilet et les méthodes traditionnelles (et, bien sûr, la stérilisation) sont utilisés pour une période plus longue. Le modèle est étayé par les entretiens qualitatifs, qui révèlent la tension entre le désir de s'accorder à la norme sociale traditionnelle d'une grande famille et le désir d'adopter une manière de vivre moderne correspondant à une

---

<sup>19</sup>N. Bonneuil and M. Medina (2009), « The transition of contraception in Columbia 1950-1994 », *Desarrollo y sociedad* 64, 119-151.

famille moins nombreuse.

### 2.5.7 L'influence de l'économie dans la transition démographique

Sur le plan théorique, j'ai revisité la théorie de la transition démographique basée sur la régulation de l'économie de la famille.<sup>20</sup> La considération de la mortalité change l'équilibre avec don unilatéral. J'ai exprimé l'allocation pour chaque conjoint du bien commun en accord avec le rôle éminent de la mortalité dans le déclin de la fécondité. L'autre déterminant de l'équilibre est le ratio de productivité mari/femme. Dans un contexte de transition démographique, l'ajustement des allocations à leurs valeurs d'équilibre n'a pas de raison d'être instantané. La transition ressemble plus à la poursuite d'une cible mouvante qu'à un glissement d'équilibre. Une conséquence est l'absence de corrélation entre le déclin de la fécondité et les variables économiques.

Le mécanisme stipulant qu'une meilleure longévité favorise l'investissement en capital humain est fondé sur l'idée que la décision individuelle gouverne la relation entre longévité et éducation. Je revisite cette relation du point de vue de l'espérance de vie scolarisée optimale du moment. Celle-ci est obtenue à partir de la maximisation de l'utilité de la population entière caractérisée par sa structure par âge, sa mortalité et sa fécondité par âge du moment. Il est nécessaire d'utiliser des tables de mortalité réalistes —contrairement à ce qui s'est fait—, parce que la distribution de la mortalité par âge joue un rôle essentiel, notamment aux âges infantiles et juvéniles. À l'utilité maximale, l'espérance de vie scolarisée du moment est fonction de l'espérance de vie et de la fécondité. L'application aux données historiques françaises de 1806 à aujourd'hui (puisées dans mon livre *Transformation of the French demographic landscape, 1806-1906*, 1997, Clarendon Press), montre que la structure par âge de la population a en effet modifié la relation entre longévité et scolarisation optimale : dans les situations à forte fécondité et forte mortalité, la baisse de la mortalité est associée à une réduction de la durée de scolarisation optimale, parce qu'investir en éducation dans des classes d'âge dont seul un faible pourcentage survivra aux âges productifs est une perte financière ; passé un certain seuil au cours de la transition démographique, lorsque mortalité et fécondité ont suffisamment diminué, la relation s'inverse, et longévité rime alors avec accroissement de la durée de scolarisation optimale.<sup>21</sup>

---

<sup>20</sup>N. Bonneuil, 2010, « Family Regulation as a Moving Target in the Demographic Transition », *Mathematical Social Sciences* 59, 239-248. Bonneuil, N. (2017) « Maintain and acquire: the viability principles in population economics », *Revue d'économie politique* 127(2), 153-172.

<sup>21</sup>Bonneuil, N. and Raouf Boucekkine (2017) « Longevity, age-structure, and optimal schooling »,

### **2.5.8 L'apprentissage de l'hygiène et le début de la transition de la mortalité : le rôle majeur des religions**

Ce Territoire de l'Armée du Don 1867-1916 offre une occasion unique de suivre les variations de mortalité entre les différentes confessions religieuses (orthodoxes, Vieux-croyants et coreligionnaires, catholiques, luthériens, juifs, arméniens-grégoriens, bouddhistes et musulmans), dans un contexte de conditions climatiques difficiles, d'urbanisation et d'amélioration de l'hygiène et de la médecine. Les groupes confessionnels se différenciaient par leurs modes de vie, la segmentation de leur habitat, leurs pratiques d'hygiène et leurs connaissances médicales. Les confessions les plus instruites et les plus urbaines affichaient les taux de mortalité le plus faibles. Les religions jouaient un rôle de barrières épidémiologiques en suppléant le manque de médecins pour les Orthodoxes, en énonçant les règles d'hygiène auprès des fidèles, en étant associées à des préceptes de vie ou à travers la doctrine de la fécondité et du soin prodigué aux enfants.<sup>22</sup> Pour ce faire, nous avons estimé des systèmes de régressions liées entre elles, une régression pour chacun des huit districts (*okrug*) et cela pour chaque religion, du fait qu'il n'y a pas de raison que les relations soient les mêmes d'un district à l'autre ou d'une religion à l'autre (c'est même ce qu'on cherche). Les variables sont des séries temporelles (stationnées) de fluctuations de court terme de la température et de la pluviométrie, ou économique comme le prix du seigle. La variable dépendante est la fluctuation de la mortalité infantile ou juvénile, de la différence de la mortalité infantile ou juvénile entre garçons et filles, ou de l'espérance de vie après 5 ans par sexe.

### **2.5.9 La saisonnalité des mariages au cours de la transition révèle l'avancement de la sécularisation**

Dans le cas du Territoire de l'Armée du Don 1863-1916, les interdits religieux diffèrent d'une confession à l'autre et au sein d'une même confession, varient selon son degré d'urbanisation, au cours du temps et d'un district à l'autre. Ces contrastes identifient la segmentation de cette société, le poids des astreintes liées au travail agricole et aux obligations militaires, les différences économiques et urbaines et le degré d'avancement de la sécularisation ou bien le maintien de la tradition. Ils participent aux oppositions qui

---

*Journal of Economic Behavior and Organization* 136. 63-75.

<sup>22</sup>Bonneuil, N. and Fursa, E. (2017) « Learning Hygiene: Mortality Patterns by Religion in the Don Army Territory (Southern Russia), 1867-1916 », *Journal of Interdisciplinary History* XLVII: 3, 287-332.

se révéleront au moment des Révoltes de 1905 et 1917.<sup>23</sup> Pour les Juifs, nous avons montré l'absence de régularité du nombre de mariages par mois de calendrier julien, puis estimé les nombres de mariages par mois hébreu grâce à une optimisation en grande dimension. Il apparaît alors une forte régularité du nombre de mariages juifs selon ce calendrier.

### **2.5.10 Les saisonnalités de la mortalité au début de la transition de la mortalité révèlent les maladies hydriques et respiratoires**

L'extraction des quotients de mortalité par mois des statistiques de décès par mois et par âge m'a permis de calculer les composantes saisonnières des quotients de mortalité des nourrissons. Pour cela, il m'a fallu démêler les statistiques mensuelles de décès par âge et de naissances en articulant des équations démographiques et une optimisation stochastique.<sup>24</sup> Pour le Territoire de l'Armée du Don, pour la période 1872-1915, ces composantes reflètent les maladies respiratoires en automne et au printemps, la déshydratation et les maladies hydriques en été et le stress dû au froid en hiver. Pendant les mois les plus chauds, elles étaient plus faibles dans les villes. La chaleur estivale avait un effet mortel, atténué par les précipitations ; les nourrissons illégitimes étaient exposés au changement de saison ; les vents violents augmentaient la mortalité à la fin de l'hiver pour les nourrissons de 0 à 5 mois et en été pour les nourrissons de 6 à 11 mois dans les villes. Au tournant du siècle, la mortalité avait diminué, grâce à l'assainissement progressif des réservoirs d'eau et à l'amélioration des pratiques sanitaires. Nous présentons des relations non seulement avec la température et la pluviométrie mensuelles, mais aussi avec les données mensuelles de la force du vent, qui joue notamment dans l'asthme, une maladie deux fois plus mortelle pour les garçons que pour les filles.

### **2.5.11 La transition de la nuptialité entre économie et conservatisme en Russie sud : l'influence des groupes confessionnels**

La transition de la nuptialité dans le Territoire de l'Armée du Don de 1867 à 1916 dépendait de la résidence, de l'économie et de la religion. Dans les zones rurales, l'augmentation de

<sup>23</sup>Bonneuil, N. and Fursa, E. (2013) « Secularisation and Confessional components of the seasonality of marriage in South Russia, 1867-1916 », *Continuity and Change* 28(1), 51-88.

<sup>24</sup>Bonneuil, N. and Elena Fursa (2021) « Seasonal components of infant mortality at the onset of the transition reveal the role of water-borne and air-borne diseases: the case of the Don Army Territory (Southern Russia), 1872-1915 », *Historical Methods* 54(1), 44-62.

la population et la rareté des bonnes terres savaient la tradition orthodoxe, bien qu'elle fût défendue par l'Église ; les Arméniens-Grégoriens ruraux persistaient dans le mariage précoce, contrairement aux Vieux-Croyants, aux Bouddhistes et aux Luthériens. Dans les villes, les Arméniens-Grégoriens et les Juifs, contrairement aux Catholiques, adoptèrent le mariage tardif. L'âge au mariage chez les Orthodoxes était légèrement plus tardif dans les villes et leurs arrière-pays, contrairement à la tradition que le conservatisme de l'Église favorisait. Les différentes trajectoires de la nuptialité révèlent une lutte entre la religion, l'économie et la vie urbaine, faisant de la nuptialité une scène d'influences contradictoires.<sup>25</sup> La transition offre un moment rare où les comportements peuvent être distingués les uns des autres et permet de mettre en évidence des situations d'isolement ou, au contraire, de covariation.

Le mode de vie urbain favorisait le mariage tardif, comme chez les Juifs ou les Arméniens-Grégoriens, mais pas exclusivement. Les Catholiques étaient urbains, mais continuaient de se marier tôt ; les Bouddhistes, les Luthériens, les Vieux-Croyants étaient ruraux, voire socialement conservateurs et isolés, du fait de la géographie pour les premiers, du fait qu'ils étaient des colons allemands pour les seconds, du fait que le schisme entraîna un ostracisme social pour les troisièmes. Ces groupes se dirigeaient toutefois quand même vers le mariage tardif. L'Église orthodoxe renforça son contrôle sur les fidèles —sans dire toutefois qu'elle alla jusqu'à réglementer l'âge au mariage. Dans les zones rurales, l'Église orthodoxe trouvait comme alliées les règles des communautés cosaques où les mariages étaient un élément de cohésion sociale.

#### **2.5.12 La transition des migrations : migrer vers une terre fertile mais segmentée et communautariste : le cas du Territoire de l'Armée du Don (Russie sud) 1867-1916**

Les migrations constituent une part aussi essentielle que peu explorée de la transition démographique d'avant la première guerre mondiale. C'est ce que le Territoire de l'Armée du Don (Russie sud) 1863-1916 offre, grâce à la qualité de ses données de recensements et d'état civil.<sup>26</sup> En outre, la segmentation de son peuplement économiquement, spatiale-

<sup>25</sup>Bonneuil, N. and Elena Fursa (2023) « Between economy and social coercion: nuptiality in transition. The case of the Don Army Territory (Southern Russia), 1867-1916 », *Journal of Family History* 48(2), 115-144.

<sup>26</sup>Bonneuil, Noël and Elena Fursa () Migrating to a fertile but segmented and communitarian land: the case of the Don Army Territory (Southern Russia) 1867-1916

ment et par groupe confessionnel pose la question de l'articulation des comportements migratoires. Le suivi temporel des nombres d'étrangers déclarés par district et ville montre l'arrivée massive des étrangers dans le Territoire, ce qui déséquilibre celui-ci en faveur du sud-ouest et renforce l'enclavement de la Haute vallée du Don. Les taux de migration nette, reconstruits sur la base du système intégro-différentiel de Lotka-McKendrick par district-confession, contrastent villes et zones rurales, basse et haute vallées, hommes et femmes, et les huit groupes confessionnels présents. Un système de régressions liées montre que les intensités de migration répondent pour certains districts à la recherche de meilleures conditions de santé, peu à l'attraction des villes. Il montre aussi la singularité de chaque groupe confessionnel et met en tension la recherche d'emploi contre le modèle traditionnel de sédentarité. Dès 1881, mais encore plus après 1905, la politique de russification et les troubles politiques exacerbèrent l'émigration des Juifs et déclencha celle des Luthériens et des Arméniens hors du Territoire. La transition démographique des migrations, au lieu d'un système simple par facteurs d'attraction et de répulsion par exemple, entremèle donc une histoire faite d'économie, d'espace, de confessions et de politique.

### 2.5.13 Saisonnalité des conceptions dans les populations traditionnelles

La saisonnalité des conceptions dans les populations n'utilisant pas de contraception est restée une *terra incognita*. Je montre d'abord l'influence de la saisonnalité des mariages sur celle des naissances, en prenant en compte les étapes de la vie reproductive des femmes (risque de conception, grossesse, ancienneté dans l'allaitement) et la présence des cohortes successives d'effectifs inégaux. J'utilise le théorème d'ergodicité forte pour étendre à tous rangs de naissance la propriété de dominance du mois 10 pour une cohorte mariée au mois 1. Je montre ensuite que la répartition mensuelle des naissances issues des cohortes successives d'effectifs inégaux n'a plus forcément le mois 10 comme mode, mais qu'elle continue à garder le souvenir de la répartition mensuelle des mariages de chacune des cohortes de mariage. Enfin, je reconstruis la répartition mensuelle des conceptions par âge et par période à partir des séries mensuelles des mariages et des naissances. J'utilise pour cela une technique d'optimisation stochastique sous une récurrence de type Leslie incorporant une probabilité de conception variant en âge et en temps. L'application aux Arméniennes-Grégoriennes du Territoire de l'Armée du Don (Russie méridionale) de 1889 à 1912 révèle la forte cohérence entre la conception reconstruite, l'âge moyen au mariage et la fécondité. Seule parmi ces trois mesures, la conception reconstruite est débarrassée

des effets de structure par âge et par calendrier de mariage.<sup>27</sup>

#### **2.5.14 La saisonnalité des classes d’âge converge après fluctuations et dépend surtout de celle des naissances**

Les variations saisonnières des effectifs des classes d’âge découlent de celles de la mortalité et des naissances. Elles affectent les recensements et par conséquent les calculs de taux impliquant des effectifs par âge. Leurs expressions analytiques devenant inextricables, une simulation de cohortes, dont les fluctuations mensuelles à la naissance suivent des séries de Fourier dont nous ferons varier les paramètres, montre que les oscillations de la mortalité pour les populations humaines n’est pas suffisante pour modifier substantiellement les oscillations des naissances. L’amplification converge après amortissement, et le niveau atteint dépend de l’amplification des oscillations de la mortalité par rapport à celles des naissances entre 0 et 6 mois d’âge. L’amplification des oscillations des effectifs, au cours des âges, converge après des oscillations amorties. Le taux d’amortissement dépend surtout de l’amplification de la mortalité des [0, 6] mois aux naissances. L’application aux données de Russie sud de 1896 montre que les effectifs de classes d’âge varient au cours de l’année comme les naissances des cohortes associées et que les effectifs recensés varient fortement selon le mois du recensement.<sup>28</sup>

#### **2.5.15 La révolution de la scolarisation, France XIX<sup>e</sup> siècle (équations différentielles commandées d’ensembles)**

Dans les sciences sociales, le concept de diffusion est utilisé pour décrire la propagation d’une maladie, l’acquisition d’une compétence, ou des changements sociaux résultant d’innovations apparues dans les coutumes, les croyances, les outils, les techniques, adoptées par un peuple d’un autre. Modéliser la diffusion repose souvent sur la chance qu’un membre de la population soit affecté par un autre. Cependant, dans les sciences naturelles et sociales, les processus peuvent dessiner des formes qui ne sont pas nécessairement des ensembles réguliers.<sup>29</sup> Comme cas exemplaire, la scolarisation ne se « répand » pas au sens

<sup>27</sup>Bonneuil, N. and Fursa, E. (2018) « Optimal Seasonality of Conception inferred from Marriage and Birth Time Series in Populations with no Contraception », *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 41(3), 1125-1135.

<sup>28</sup>N. Bonneuil and Elena Fursa (2023) « Seasonal fluctuations of age classes, with application to South Russia, 1896-1897 ». *Mathematical Population Studies* 30(1), 53-72.

<sup>29</sup>N. Bonneuil (2014) « Morphological Transition of Schooling in 19th century France », *Journal of Mathematical Sociology* 38: 95-114.

d'une maladie, ou au sens d'une coutume de bouche à oreille. Le processus requiert un investissement en argent, en organisation, en personnel, il est modulé par la démographie des enfants scolarisables et par le remplissage des écoles, opération qui relève également de décisions et de contraintes de ressources. En outre, la différence entre garçons et filles trahit des orientations politiques et sociales ; la compétition entre systèmes confessionnel et laïque est régulée par la loi. Le processus emprunte moins à la diffusion qu'à un changement spatial commandé. Le cas intéressant est la scolarisation de la France au dix-neuvième siècle, un cas bien documenté grâce au travail critique des statistiques effectué par Jean-Noël Luc. En m'appuyant sur le concept de dérivée d'une fonction de forme introduite par Céa et Zolésio (1976) et sur celui de dérivée de graphe pour des correspondances forgé par Aubin (1998) et de mutation de fonction, on peut définir la vélocité d'un ensemble, et des sortes d'équations différentielles commandées gouvernant la variation d'ensembles dans le cadre très général des espaces métriques (on sort du calcul linéaire). Notamment, la différence entre les vélocités d'ensembles en 1867 et ce qui est observé en 1876 permet de mesurer l'effet de la guerre de 1870-71. La scolarisation de la France génère donc des dynamiques d'ensembles, ici les ensembles de niveaux, décrites par des flèches de direction en chaque point de l'espace. La comparaison des vélocités d'ensembles observées avec celles résultant de quelques politiques d'investissement (convergence spatiale, maximisation du taux de scolarisation moyen, minimisation de l'écart filles-garçons (Victor Duruy), investissement proportionnel aux besoins), permet de situer les investissements effectivement menés.

## 2.6 Le baby-boom/baby-bust du XXe siècle : figure du temps et viabilité

L'histoire des fluctuations de la fécondité au XXe siècle a été pensée en termes de cycles notamment depuis le scénario proposé par l'économiste Richard Easterlin qui prévoit l'existence de cycles. Ronald Lee ou Kenneth Wachter, à Berkeley, ont proposé une modélisation en terme d'équation intégro-différentielle qui, au voisinage d'un certain équilibre et avec certains paramètres, produit des oscillations auto-entretenues, ce qui assurerait une prévision parfaite de la fécondité. D'un point de vue empirique, on observe une longue stagnation succédant à un seul « cycle », les *baby-boom* et *baby-bust* d'après-guerre. La mathématique du temps a fait de grands progrès, qui sont utilisables pour penser notre

temps historique et démographique. L'analyse en espace des phases, proposée par Poincaré au début du XXe siècle, est de ce point de vue éclairante : elle montre que les rythmes observés dans les séries temporelles s'articulent autour de formes spécifiques, révélant des régimes de comportement, ceux-ci s'identifiant à des attracteurs dans l'espace des phases. Cette analyse rend bien compte que la montée d'un régime faible à un régime fort s'effectue rapidement, et que le retour est plus lent avec une stabilisation temporaire à mi-chemin. Tout se passe comme si, au lieu de se succéder linéairement selon la chronologie formelle, les phénomènes sautaient au cours du temps d'un régime à un autre. Au lieu de raisonner en termes de séries, il vaut mieux distinguer des régimes de comportement, qui correspondent à des attracteurs, que j'ai mis en évidence en exploitant des techniques de topologie différentielle (théorème de Takens, portrait de phase, sections de Poincaré, fonctions de premier retour). Là où l'on dressait des typologies de séries temporelles, j'ai montré qu'une certaine unité des formes temporelles caractérise l'historique des parcours européens.<sup>30</sup>

Ce travail a ouvert la voie à une relecture du passé en termes de systèmes dynamiques. Là où Easterlin proposait une relation mécaniste entre bien-être économique et reproduction, nous connaissons des agents myopes dans un environnement incertain. Il est donc nécessaire, un peu à l'encontre de certaines idées en vogue en physique d'après lesquelles des équations simples engendrent de la complexité, de mettre en lumière des dynamiques simples dans la complexité du monde social. J'ai proposé un schéma explicatif du baby-boom/baby-bust du XXe siècle fondé sur des contraintes d'inertie de variables économiques, et de viabilité de styles de vie. Quand de nombreux choix sont possibles, entre consommer plus, s'enrichir ou se reproduire, il existe une frontière des possibles qu'il faut éviter, parce qu'elle mène à l'appauvrissement : on l'atteint quand on augmente sans cesse sa consommation sans s'enrichir suffisamment vite et en entretenant une famille nombreuse. Ce truisme est plus profond qu'il n'y paraît, parce qu'il autorise une foule de comportements divers tant qu'une certaine limite, appelée la frontière de viabilité, n'est pas franchie. La conséquence du modèle est que la survie économique mène à la réduction de la descendance. Ce modèle permettant des évolutions discontinues et imprévisibles, ainsi qu'une multiplicité de trajectoires géométriquement différentes, mais semblables qualitativement, rend bien compte des données empiriques.

La guerre mondiale bouscule les niveaux de consommation et la fécondité. L'éloignement

---

<sup>30</sup>N. Bonneuil (1989) « Conjoncture et structure dans les comportements de fécondité », *Population* 1, 135-158.

de la frontière de viabilité dans l'espace d'états fait qu'il est plus intéressant d'accroître sa descendance, tandis que la consommation s'améliore peu à peu, mais lentement. Le retour vers la frontière de viabilité à la fin des années soixante provoque bientôt un nouveau fléchissement de la fécondité.<sup>31</sup> C'est un cas exemplaire où un événement conjoncturel a créé une structure (de fécondité) de temps long.

Il est ainsi possible de mettre la mathématique du temps au service de notre compréhension des rythmes historiques, et inversement, de trouver dans l'histoire des questions intriguant les mathématiciens. J'ai voulu continuer cette inter-fécondation en explorant le passé plus lointain.

## 2.7 La santé au cours du cycle de vie

### 2.7.1 Maladies infectieuses : rougeole, SIDA, variole

En épidémiologie toujours, en relation avec les thèmes du cycle de vie, des populations et de l'environnement, j'ai participé à l'étude des fondements statistiques de la durée d'incubation du SIDA,<sup>32</sup> à celle des déterminants de la rougeole au Sénégal oriental,<sup>33</sup> mis en évidence le transfert de la rougeole des garçons de plus de 1 an aux filles et aux garçons de moins de 1 an à Bamako,<sup>34</sup> et montré comment la dispersion et l'isolement permettaient à certaines tribus amérindiennes de survivre aux épidémies dans l'Orénoque après le contact avec les Européens.<sup>35</sup>

### 2.7.2 Gestion des files d'attente en soins intensifs dans le cas de la Covid-19

Les protocoles de triage des unités de soins intensifs sont basés sur les priorités attribuées aux patients présents, mais ignorent les patients sur le point d'arriver, de sorte qu'un nouveau venu prioritaire peut ne pas trouver de respirateur disponible parce que celui-ci est occupé par un patient moins prioritaire mais qui était présent au moment de l'affectation.

---

<sup>31</sup>N. Bonneuil (1994) « Capital accumulation, inertia of consumption, and norms of reproduction », *Journal of Population Economics* 7, 49-62.

<sup>32</sup>Brouard, N. and N. Bonneuil (1992) « How reporting delay, duration of follow-up and number of cases affect the estimates of the incubation time of transfusion-associated AIDS », *Mathematical Population Studies* 3(3), 189-198.

<sup>33</sup>Pison G. et N. Bonneuil, (1988) « The Impact of Crowding on Measles Mortality. Evidence from Bandafassi Data (Senegal) », *Review of Infectious Diseases* 10(2), 468-470.

<sup>34</sup>N. Bonneuil et P. Fargues (1989) « Predicting the vagaries of mortality : causes of deaths in Bamako 1974-1985 », *Population Bulletin of the United Nations* 28, 58-94.

<sup>35</sup>Rodríguez A. M. et N. Bonneuil (1996) « Dispersión y asentamiento interfluvial: dos razones de sobrevivencia étnica en el Orinoco Medio del post-contacto », *Antropologica* 84, 43-72.

À l'inverse, une attente trop longue entraîne la perte de patients âgés qui auraient pu être sauvés par un respirateur. Comme l'âge et le sexe sont des déterminants majeurs de la mortalité par Covid-19 et ont le mérite, contrairement à d'autres critères de priorité, d'être immédiatement accessibles aux professionnels de santé, le critère est la minimisation du taux moyen de mortalité pondéré par les espérances de vie par âge et par sexe. La dynamique est un processus de file d'attente impliquant des flux de mortalité et de retour à domicile et une concurrence entre les âges. Le résultat est la détermination d'un âge seuil optimal qui peut guider le triage. Cet âge dépend de la distribution des intensités de Poisson par âge des flux d'arrivées, des forces de mortalité hors ou sous respirateur et du nombre de respirateurs disponibles au moment où on en a besoin. La démonstration repose sur la théorie des queues, que j'enrichis d'une part en couplant deux processus de Markov concurrents, un à nombre fini de serveurs (les respirateurs) et l'autre à nombre infini de serveurs (la mort), d'autre part en l'articulant avec une compétition entre les âges et les sexes pour l'accès aux respirateurs.<sup>36</sup>

### 2.7.3 La dépendance au grand âge

**Les aidants informels** La proportion des aidants informels en Corée du Sud décline. Sur la base de l'enquête de suivi du vieillissement *Korean Longitudinal Survey of Ageing* à cinq passages 2006-2014, avec Younga Kim, je construis<sup>37</sup> un modèle de sélection de Heckman pour montrer que, *toutes choses égales par ailleurs*, parmi les chefs de ménage, les femmes se désengagent plus que les hommes de l'aide informelle (mais la personne assurant les tâches est souvent l'épouse), que les aidants sont jeunes, et que les ruraux sont plus souvent aidants que les citadins. Les aidants reçoivent plus de transferts financiers de proches non cohabitants et ont moins d'enfants que les non-aidants ayant une personne adulte dépendante. Aidants et non-aidants ont moins tendance que ceux sans dépendant à transférer de l'argent à des proches non-cohabitants. Le niveau d'éducation n'a pas d'influence sur la probabilité d'avoir un proche dépendant ou, parmi les personnes ayant un dépendant, d'être aidant. Parmi les gens ayant un dépendant adulte, les chômeurs sont moins souvent aidants que les salariés. La co-dépendance est la seule variable influençant le temps passé en aide. Celui-ci est plus fonction des demandes de soutien de la part

---

<sup>36</sup>Bonneuil, N. (2021) « Optimal age- and sex-based management of the queue to ventilators during the Covid-19 crisis », *Journal of Mathematical Economics* 93, 102494.

<sup>37</sup>N. Bonneuil and Younga Kim (2020), « Who (still) cares? Patterns of informal caregiving to dependent adults in South Korea 2006-2012 », *Asian Population Studies* 16(1), 17-33.

du dépendant que de la disponibilité de l'aidant.

**Les transitions entre statuts de dépendance** Avec Younga Kim, nous identifions les déterminants des transitions vers la dépendance et ceux d'un retour éventuel à la non-dépendance.<sup>38</sup> Grâce à des régressions logistiques multi-niveaux, nous caractérisons les transitions entre la non-dépendance et les difficultés dans les activités de la vie quotidienne —instrumentales<sup>39</sup> ou non<sup>40</sup>— en termes de stabilité, détérioration, mort ou rétablissement. *Toutes choses égales par ailleurs*, les femmes sont plus susceptibles de demeurer sans difficulté que les hommes, les personnes dépendantes plus susceptibles d'être exclues de la population active ou au chômage, les citadins plus susceptibles d'être dépendants. La santé subjective aide à prédire l'état de santé deux ans plus tard, tout comme le pouvoir de préhension, le score de cognition, la dépression, les maladies cardiaques et cérébro-vasculaires, et le nombre de difficultés de dépendance (mais pas les instrumentales). Les personnes ayant seulement des difficultés dans les activités instrumentales et n'étant pas suivies par un aidant survivent plus longtemps, mais sont moins susceptibles de se rétablir. Les difficultés de la vie quotidienne l'emportent sur tout autre déterminant pour les dépendants graves. Pour eux, la mortalité cesse de croître avec l'âge, elle n'est plus Gompertz. Les pathologies cardiaques et cérébro-vasculaires, le tabagisme et la consommation d'alcool favorisent la transition vers l'invalidité. Les facteurs de risque de dépendance et l'évolution du statut de dépendance sont évalués, après prise en compte des autres effets et des biais de sélection.

#### 2.7.4 Expression des gènes au cours de la vie

En épidémiologie, j'ai introduit le risque par âge dans l'analyse des composantes génétiques de la susceptibilité au diabète.<sup>41</sup> Jusqu'alors, on affectait une probabilité constante en âge à des combinaisons de gènes, alors que pour certaines maladies comme le diabète ou le cancer du sein, la susceptibilité varie avec l'âge. Ce travail considérable a permis d'évaluer plus précisément l'effet de certains gènes du groupe HLA sur le diabète, et a donné lieu

<sup>38</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim (2019) « Socio-economic and health determinants of transitions to adult dependency in South Korea, 2008-2014 », *Public Health* 173, 130-137.

<sup>39</sup>aide pour la toilette personnelle, travaux ménagers, préparation des repas, lessive, sorties à courte distance, déplacements, achats, gestion de l'argent, appels téléphoniques, prise de médicaments à temps.

<sup>40</sup>s'habiller, se laver le visage, se doucher, manger, se lever, utiliser les toilettes et contrôler sa vessie.

<sup>41</sup>N. Bonneuil, A. Clerget et F. Clerget-Darpoux (1997) « Variable Age of Onset in Insulin-Dependent Diabetes Mellitus by the Marker-Association-Segregation- $\chi^2$  Method », *American Journal of Human Genetics*, July 61, 223-227.

à un logiciel alliant analyse de ségrégation génétique et modèle de Cox (en collaboration avec Antoine Clergé).

### 2.7.5 Les composantes génétiques du vieillissement

J'ai proposé également<sup>42</sup> la construction d'une loi de vieillissement au niveau de l'ADN dans le cerveau humain à partir de 12625 gènes du pôle frontal de 30 individus post-mortem âgés entre 26 et 106 ans. J'ai utilisé l'analyse de survie pour calculer les temps de transition d'activation à désactivation ou vice-versa, avec la troncature par intervalle, la dépendance multi-niveaux et l'hétérogénéité non observée. Une simulation de Monte Carlo m'a permis de construire une table de vieillissement par fonction physiologique (modification amino-acide, homéostase Ca<sup>2+</sup>, réparation ADN, hormonal, CdK5, inflammation, cascades MAP kinases, etc). Je caractérise l'expression des gènes avec l'âge, teste les différences dans le vieillissement entre groupes de gènes, déduis des « lois de vieillissement » au niveau génétique. Les intensités de transition et les fonctions de survie par âge sont calculées par fonction physiologique et par sexe à partir des transcripts. Une vision continue du vieillissement dans le cerveau humain est dégagée, les fonctions physiologiques sont différenciées par rapport à l'âge. Le nombre de gènes activés décroît avec l'âge pour toutes les fonctions, excepté celles associées à l'hyper-tension et au métabolisme myélination/lipide.

### 2.7.6 Les composantes évolutionnistes du soin paternel porté aux enfants

En ce qui concerne la reproduction de l'espèce, les mâles sont partagés entre l'accès aux femelles et les soins à la progéniture. Ils développent ce trait au cours de leur cycle de vie, plutôt que de l'avoir fixé à la naissance (comme ce qui est présenté dans la littérature). Les taux nets de reproduction optimaux père-fils et père-filles pris à l'âge de la maturité sexuelle résultent de la survie du père, de celle de sa progéniture, de l'accès à une femelle, de la répartition par âge des femelles accédées, ainsi que du niveau et de la répartition par âge de la fécondité des femelles. Le père peut moduler les soins en fonction du sexe, du nombre et du rang de naissance de sa progéniture.<sup>43</sup> Il en résulte que la proportion optimale de l'effort du père consacrée aux soins est une fonction croissante de l'âge, quel que soit le mode de répartition du soin entre les enfants. Les calculs numériques montrent

<sup>42</sup>N. Bonneuil (2007) « Ageing Laws for the human frontal cortex », *Annals of Human Biology* 34-4, 484-492.

<sup>43</sup>Noël Bonneuil () Optimal allocation of care and competition over the male life course

que les différences des taux nets de reproduction père-fils et père-filles relativement à ceux en l'absence de soins sont plus élevées lorsque un des sexes n'est pas privilégié. Les taux nets de reproduction au cas sans soin sont plus élevés dans le schéma d'ultimogéniture que de primogéniture, que les pères s'occupent uniquement de leurs fils ou non. La proportion de l'effort du mâle consacrée aux soins est le principal déterminant des différences relatives des taux nets de reproduction et celles des espérances de vie des cohortes de naissance. Les taux nets de reproduction père-fils et père-filles augmentent avec la dispersion des nombres de naissances potentielles et avec l'âge moyen du père pondéré par ces nombres de naissances potentielles. Les effets sont opposés pour les taux père-filles avec préférence pour le ou les fils. Les déterminants des soins optimaux prodigués par le père en tant que trait variant au cours du cycle de vie et la performance des schémas de distribution du soin sont ainsi identifiés et estimés.

### 2.7.7 Le développement de l'enfant

M'appuyant sur des techniques de topologie différentielle, j'ai clarifié l'apprentissage du petit enfant dans son développement psycho-moteur. Pour cela, disposant d'un suivi à différents âges, à contre-courant de l'usage basé sur des descriptions statistiques ou des décompositions de Fourier, j'ai proposé de préserver la non-linéarité des marqueurs temporels en construisant les fonctions de premier retour, une technique empruntée à la théorie des systèmes dynamiques. Avec Blandine Bril, nous avons montré que le développement lié à l'âge se manifeste par une dérive des structures dynamiques, chacune étant déterminée à un moment du développement de l'enfant. La modification du comportement du jeune enfant au cours de sa vie est un cas remarquable de dynamique en âge de structures dynamiques en temps.<sup>44</sup>

## 2.8 Émotions et populations

### 2.8.1 La mathématique des émotions

Enracinées dans les reflexes de survie et dans la lutte pour la reproduction, les émotions se retrouvent liées au cycle de vie et aux événements démographiques (recherche du conjoint, mariage, grossesse, maladie, vie conjugale, deuil, ...). Les émotions impriment

---

<sup>44</sup>Bonneuil, N. and Bril, B. (2012) « The Dynamics of walking acquisition », *Infant Behavior and Development* 35, 380-392.

leurs marques au temps de la vie et de la mort. Leurs définitions mêmes font d'elles des systèmes dynamiques dotés de conséquences potentiellement variées et contingentes sous contraintes de viabilité, répondant aux principes de maintien ou d'acquisition de propriétés souhaitées.<sup>45</sup> J'ai classé la plupart des émotions par leur appartenance à des ensembles de viabilité, qui à leur tour recouvrent les quantificateurs ‘il existe’ ( $\exists$ ) et ‘pour tout’ ( $\forall$ ). Écrire les émotions de cette manière fait usage de la plupart des concepts de la théorie de la viabilité, parce que les émotions et les ensembles de viabilité traitent tous les deux de survie et de changement. La régulation des émotions reflète des commandes mathématiques, qui peuvent être mis en œuvre de diverses façons, de manière optimale ou non, et susceptibles d'amélioration par apprentissage. L'étude des émotions jalonnant les événements démographiques du cycle de vie montre l'enchaînement des noyaux de viabilité et des bassins de capture se succédant les uns aux autres.

### 2.8.2 L'amour courtois : changement de régime émotionnel dans les relations entre les sexes

J'interprète l'arrivée de l'amour courtois au douzième siècle comme une innovation advenue à partir du régime émotionnel grégorien, lui-même obtenu par coercition à partir du régime émotionnel carolingien.<sup>46</sup> Je montre que la redistribution du pouvoir dans la sphère de l'intime a transformé les équilibres émotionnels régissant les relations intimes. Je montre que le régime courtois possède la propriété de Nash, contrairement au mariage chrétien dont les vertus *fides*, *proles*, *sacramentum* selon Saint-Augustin sont des principes de maintien plutôt que de maximisation. Je propose que l'ordre grégorien, exigeant le devoir de la reproduction avec restreinte morale, est un point-selle au sens mathématique. Il est rendu stable par le contrôle, à savoir la surveillance des prêtres et une partie de la société docile à la religion. Je montre que l'Église a augmenté les coûts de transactions, qu'elle a hiérarchisé la valeur morale attachée aux désirs, disqualifiant la cupidité ou le désir charnel, tout en plaçant l'élan vers Dieu au-dessus de ceux relevant du sensible. L'amour courtois s'approprie une valeur morale en renchérisant dans l'augmentation des coûts. Je développe encore sur la dynamique des émotions impliquées dans le mariage grégorien ou bien dans l'amour courtois, sur la substitution de « au moins un désir » vers

---

<sup>45</sup>Bonneuil, N. (2015) « Emotions as Dynamic Systems in Viability Sets », *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems* 21(5), 460-479.

<sup>46</sup>Bonneuil, N. (2016) « Arrival of courtly love: moving in the emotional space », *History and Theory* 55(2), 253-269.

la femme dans le régime carolingien à « tous les désirs » vers Dieu (amour chrétien) ou vers la dame (amour courtois), sur la mise en place par l’Église de contre-émotions, etc. Je montre aussi que le régime émotionnel grégorien montre sa robustesse en s’adaptant à la déviance que constituent les troubadours, alors que l’amour courtois, lui, dégénère en satire et en farce mises en scène dans les fabliaux, non sans avoir ouvert la voie à l’amour romantique et esquissé l’erosion de l’exclusivité de Dieu. Je montre des similarités entre l’amour courtois comme innovation dans les relations intimes et sociales et l’innovation dans les systèmes biologiques. Enfin, je montre que le temps de l’Occident du douzième siècle, en ce qui concerne les relations amoureuses et sexuelles, se structure selon le concept de capture (à travers les ensembles mathématiques de « bassins de capture » et de « bassins d’absorption »), par contraste avec les relations amoureuses dans le Bengal du douzième siècle, fondées sur le maintien par répétition et fusion sexuée dans un certain ensemble définissant la dévotion, sur l’absence de dualisme entre ici-maintenant et objectif-plus-tard (ce qui définit une dynamique spécifique en terme d’ensembles de viabilité), et par contraste également avec le Japon à l’époque de Heian (794-1185), fondé précisément sur la renonciation à la possibilité d’acquisition de ce qui est définitivement perdu (ce qui définit une dynamique spécifique en terme d’ensembles de viabilité).

### **2.8.3 Jeu dynamique de l’escalade vers le conflit**

Le temps des populations est aussi celui des affrontements entre coalitions. La chronique d’un groupe d’individus se dirigeant vers le conflit révèle la dynamique des propensions de chaque protagoniste à entrer dans ce conflit. Pour caractériser sa chronologie, l’escalade est considérée comme un jeu (différentiel) de viabilité en cours sous l’action des protagonistes. La chronique des confrontations et des accommodements permet d’estimer une structure de réactivité au cœur de l’escalade. L’estimation précoce de la structure de réactivité opérationnalise la procédure de gestion de crise et permet d’anticiper les conséquences des mouvements possibles dans les escalades vers le conflit. L’application à juillet 1914 montre la force de la méthode. La dynamique d’escalade pourrait donc être contrôlée si elle s’appuie sur des matrices de réactivité qui quantifient la relation entre les mouvements enregistrés et les propensions latentes au conflit. Un des résultats a été d’établir que ces matrices existent dans le cas de juillet 1914, même si cela était loin d’être certain, et de les estimer. L’escalade des conflits apparaît désormais comme une dérive des propensions au conflit, alimentée par des mouvements et des contre-mouvements agissant

par l'intermédiaire d'une structure de réactivité quasi-constante (un seul changement pour la Grande-Bretagne), au lieu d'une option dans un équilibre de Nash.

Cette propriété de constance est cohérente avec la faible probabilité que les préoccupations de sécurité et les préjugés idéologiques changeraient au cours de cette courte période. En reconstituant les propensions latentes au conflit, j'ai montré que leurs trajectoires au cours du mois de juillet 1914 sont cohérentes avec tous les événements enregistrés. En conséquence, j'ai pu rendre compte de la crise de juillet 1914 par un jeu récurrent réaliste, qui a permis de décomposer la chronique historique de la crise en éléments structurels (matrices), en éléments contingents (mouvements), en contraintes de viabilité (rester dans l'ensemble non-guerre pendant un certain temps) et en objectifs (guerre ou retour à une situation au moins aussi bonne que la situation *ex ante*). Le jeu récurrent décrit la situation qui varie dans le temps ; il englobe les agressions symboliques autant que coups effectifs ; il permet de considérer les mouvements non rationnels autant que les mouvements rationnels.

## 2.9 Viabilité en économie des populations

### 2.9.1 Le marché du travail féminin, l'économie du travail

**Personnel d'entreprise d'une PME 1946-1986** En démographie du personnel d'entreprise, avec M. Martini, nous avons analysé une petite entreprise familiale du bâtiment de Nogent sur Marne de 1946 à 1986 (au moyen d'un modèle multi-processus multi-épisodes multi-niveaux).<sup>47</sup> Il s'agit sans doute de la première étude d'une PME sur une aussi longue période et avec une telle précision, dans un secteur de tout premier plan et dans le contexte des migrations et du marché du travail étranger. La dynamique du marché du travail se révèle très différente de celle d'une grande entreprise. La période est parcourue d'essors et de dépressions économiques. Bien que les liens de parenté facilite l'accès à l'emploi, les apparentés aux patrons ne sont pas payés plus que les non apparentés. Les promotions proviennent davantage du contexte économique, et le changement dans les niveaux de salaires plus de la qualification que de la parenté, de l'ancienneté ou de l'origine nationale. Au contraire de ce qui a été observé pour les entreprises de grande taille, le marché interne du travail est resté informel ; le besoin de répondre au marché a favorisé la compétence sur l'ancienneté et sur la parenté.

---

<sup>47</sup>N. Bonneuil et M. Martini (2015). « Career Advancement in a Family-owned French Construction Firm under changing labor legislation and market demand, 1946-1985 », *Family Business Review*, 28(1), 41-59.

**Glissement-vieillesse-technicité dans une entreprise à forte mobilité** J'ai conçu et écrit un logiciel pour le calcul de l'effet sur la masse salariale des fluctuations de la masse salariale d'une entreprise dues aux variations de structure en termes de grade, de technicité, et de vieillissement.<sup>48</sup> La Compagnie Générale Maritime l'a acquis pour son personnel navigant qui connaît une forte mobilité, parfois quotidienne. J'ai résolu ainsi un problème qui était inabordable par la méthode utilisée dans le cadre des carrières « lentes ».

**Le marché du travail féminin** J'ai analysé l'enquête fécondité 1990 pour décrire précisément les déterminants des transitions sur le marché du travail féminin.<sup>49</sup> J'ai montré que les femmes les plus diplômées étaient promptes à quitter leur emploi, mais aussi les plus rapides à en prendre un, surtout lorsqu'elles ont de l'expérience professionnelle. Le mariage, avec ou sans maternité, est associé à une réorganisation du temps entre domicile et travail, à une sortie plus probable du marché du travail et à un retour plus difficile. Les mères de familles nombreuses quittent moins souvent leur emploi, car elles reviennent d'autant moins qu'elles ont plus d'enfants. Les départs involontaires sont plus fréquents en période de récession.

**La précarité sur le marché du travail féminin** Les théories de l'emploi précaire fondées sur les distinctions de qualité et de stabilité des emplois ont soulevé la question des transitions, liées au sexe et à l'âge, de l'emploi de longue durée de qualité médiocre vers les emplois stables de bonne qualité. Je caractérise les transitions sur le marché du travail au cours des âges par des matrices de Markov correspondant aux 8860 combinaisons possibles des variables explicatives. Ces matrices montrent l'importance qu'il y a à distinguer les conditions du marché du travail, façonnées par les forces du moment, des conditions héritées du passé. La position traditionnelle des femmes sur le marché du travail a résulté en précarité liée à l'âge et au sexe, alors que les conditions du moment génèrent une tendance vers moins de précarité dans l'emploi. Les matrices de transition entre les types d'emploi précaire, en prenant en compte la durée effectuée par classe d'âge dans ces emplois, la période et les variables explicatives, fournissent les distributions de prévalence asymptotique, reflétant les conditions du moment sur le marché du travail. Les forces du moment favorisent la prédominance de l'emploi stable de bonne qualité, tandis

<sup>48</sup>N. Bonneuil (1989) « Démographie du personnel : effet de structure sur l'évolution de la masse salariale dans une entreprise à forte mobilité », *Population* 6, 1101-1120.

<sup>49</sup>Grimm M. and N. Bonneuil (2001) « Labour market participation of French women over the life-cycle, 1935-1990 », *European Journal of Population* 17-3, 235-260.

que la prévalence observée à une date donnée est caractérisée par la polarisation du marché du travail entre emplois stables de bonne qualité et emplois instables de mauvaise qualité. La prévalence asymptotique révèle un accroissement constant dans le nombre d'emplois stables mais de mauvaise qualité. Les femmes âgées sont observées surtout dans les emplois instables de mauvaise qualité, mais les conditions du marché du travail tendent à atténuer ce clivage en âge au cours du temps. Les conditions du moment réduisent en effet les proportions des femmes âgées dans les emplois stables de mauvaise qualité et les emplois instables de bonne qualité.<sup>50</sup>

Avec Younga Kim de l’Institut coréen du travail, nous traitons des situations d’emploi instables, et de leur changement entre 1998 et 2017 et au cours du cycle de vie, sur la base de l’enquête KLIPS (*Korean Labor and Income Panel Study*).<sup>51</sup> L’instabilité en emploi recouvre l’incertitude sur le fait de garder son emploi et les conditions de cet emploi. Les études sur l’emploi instables n’ont porté que sur les travailleurs irréguliers, sous l’hypothèse que les emplois à temps partiel dans le temps sont instables, ce qui n’est pas vrai. En outre, les emplois à temps plein n’ont pas nécessairement de bonnes conditions d’emploi. Les gens peuvent être satisfaits de choisir leur travail à temps partiel et y trouver un équilibre entre travail et domicile, avec un salaire convenable, des heures de travail supportables et une perspective de développement personnel. Un employé à temps plein au contraire peut estimer son risque de perte d’emploi élevé, et être insatisfait de ses conditions. Nous ciblons délibérément l’appréciation subjective d’instabilité au travail, et nous traitons de la manière dont les travailleurs prennent une activité salariale, une activité non salariale ou deviennent inactifs.

Nous calculons les temps espérés passés dans les différents états de précarité professionnelle, à partir d’un âge donné dans un état de précarité donné. Ces espérances de temps passés aux conditions du moment entre deux vagues d’enquête complètent utilement les probabilités de transition. Elles combinent ces probabilités de transition au cours du cycle de la vie active, et reflètent ces conditions en termes plus facilement compréhensibles économiquement.

La crise de 2008 a eu un effet majeur sur le parcours professionnel en termes de précarité en emploi : retour d’emplois de mauvaise qualité tant pour les hommes que pour les

---

<sup>50</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim (2017) « Precarious employment among South Korean women: Is inequality changing with time? », *Economic and Labour Relations Review* 28(1), 20-40.

<sup>51</sup>Younga Kim and N. Bonneuil (2020) *Analyse dynamique de l’emploi instable* [en coréen]. Sicheong-daero, Corée du Sud : Institut coréen du travail.

femmes, augmentation rapide du hors-type pour les femmes au détriment de tous les autres états, notamment l'emploi stable, et effet protecteur de l'emploi stable de bonne qualité, avec un effet moins marqué mais fort tout de même pour les femmes.

**Santé et itinéraire professionnel** Dans l'enquête *Santé et itinéraire professionnel* à deux passages (2006 et 2010), pour chacune des combinaisons de variables explicatives (environ 9000), je calcule les prévalences asymptotiques associées aux flux de changement de revenu entre 2006 et 2010. Ces prévalences asymptotiques sont les éléments du vecteur propre à droite de la matrice de transition entre tranches de revenus normalisées (pour chaque combinaison de variables explicatives). J'en déduis la distribution des prévalences associée à la mobilité de revenu entre ces deux dates. Cela permet de mesurer comment le système change, alors que les distributions de prévalences de revenu à chacune des dates (ici 2006 et 2010) ne mesurent que l'état *cumulé* du système, c'est-à-dire qu'on y mélange le présent et tout l'arriéré du passé. La distribution des prévalences asymptotiques montre que les inégalités de revenu associées à la *mobilité* de revenu entre 2006 et 2010 sont moindres que celles observées en coupes transversales en 2006 et en 2010. La mobilité de revenus entre 2006 et 2010 implique une répartition plus égalitaire que celle observée à chacune de ces deux dates. Le gradient montant dans les inégalités observées au cours du cycle de vie disparaît pour la répartition des inégalités associées aux conditions du moment. La mauvaise santé favorise toujours l'inégalité, particulièrement du fait que la santé se détériore plus vite pour les faibles revenus. La mauvaise santé exacerbe les inégalités d'autant plus que la distribution des revenus est plus inégalitaire. En construisant un modèle stylisé mais précis, je corrobore l'analyse économétrique et le calcul des matrices de Markov empiriques. Je donne dans ce cadre les expressions analytiques des effets de la santé sur les inégalités.<sup>52</sup>

### 2.9.2 La viabilité économique du cycle de vie

J'ai repris la question du cycle de vie dans une perspective critique de la théorie économique du cycle de vie selon Friedman, Modigliani, ou Carroll, à partir de l'enquête patrimoine 1997 et avec les outils modernes de la théorie de la viabilité, où je propose une alternative

---

<sup>52</sup>Bonneuil, N. (2019) « Health Component of Inequalities associated with Income Mobility over the Life Cycle », *Social Indicators Research* 141(1), 391-411.

à l'optimisation de l'utilité inter-temporelle.<sup>53</sup> Avoir des enfants, se garantir un certain niveau de vie, et prendre sa retraite avec un certain capital laisse la place à de nombreuses trajectoires, où les couples sont partagés entre prudence pour leurs vieux jours et pour leurs enfants, et impatience à consommer, sous la menace du chômage ou bien de mauvais rendements de leur épargne. L'hétérogénéité des agents est rendue à la fois par l'espace d'états en entier où chaque état correspond à une situation différente, et par l'ensemble des états atteignables, qui reflète l'incertitude inhérente à la fois à la prise de décision et aux chocs extérieurs. La détermination de tous les états à partir desquels ce programme en consommation, reproduction, et épargne, contre l'horloge de l'âge, peut être mené à bien, identifie en retour les décisions à temps de quand avoir des enfants, quand et combien consommer et épargner. L'aspect discontinu de la consommation après une naissance est pleinement pris en compte à travers les inclusions différentielles continues-discrètes. Je confronte la théorie aux données de l'enquête patrimoine, puis à des données internationales pour montrer qu'une fécondité plus basse est associée à de plus petits ensembles de décisions prises à temps (au lieu de regarder les déterminants de la fécondité comme d'habitude, je propose un renversement de perspective : pour une parité donnée, je regarde l'ensemble des chemins qui y mènent, et comment l'ensemble de ces chemins varie avec les variables explicatives).

### 2.9.3 Congruence entre possibilités intrinsèques des objectifs et capacités des agents : incohérence temporelle en économie, suivi des patients et anticipation de la mortalité

Le concept de congruence au sens de l'affordance formulée par le psychologue James J. Gibson entre les possibilités intrinsèques des objectifs et les possibilités résultant des caractéristiques et des capacités de l'agent donne lieu à un problème d'intersection entre l'ensemble des états atteignables à partir de ego et le bassin de capture de l'objectif.<sup>54</sup> L'agent ne fait qu'estimer ces ensembles, de sorte que la congruence estimée peut ne pas correspondre à la congruence réelle. Dans l'application au modèle de co-émergence du renforcement en psychologie, formaliser en termes d'inclusion différentielle commandée des situations

---

<sup>53</sup>Bonneuil, N. and P. Saint-Pierre, « Beyond Optimality: Managing Children, Assets, and Consumption over the Life Cycle », *Journal of Mathematical Economics* 44 (3-4), 227-241.

<sup>54</sup>Bonneuil, N. (accepté) Gibsonian congruence as a viability problem, with application to patient monitoring, anticipating longevity, and economic time inconsistency, *Differential Equations and Dynamical Systems*

habituellement considérées comme résultant d'une boucle de rétroaction permet à cette boucle de varier en fonction de l'état du patient, des contingences et des soins prodigués, et de cartographier les futurs possibles. La deuxième application à des données empiriques de l'anticipation de la survie à un horizon de 15 ans montre le décalage entre la congruence réelle (mortalité Gompertz ajustant la mortalité empirique par âge pour chaque quantile de revenu) et la congruence anticipée par les personnes répondant à l'enquête coréenne longitudinale du vieillissement (Bonneuil et Kim, 2022). Les réponses sur la survie anticipée trahissent une anticipation linéaire de la mortalité. Ce biais cognitif est dû au fait que les gens ont du mal à concevoir l'exponentielle. Il a des conséquences sur la planification de la consommation future. Une troisième application concerne la question de l'incohérence temporelle en économie comportementale : la congruence entre le taux de croissance du facteur d'actualisation initial et le bassin de capture d'un ensemble résumant le choix entre deux biens à différentes dates change avec la période d'attente jusqu'au moment où l'agent est invité à formuler son choix. Ma proposition d'immerger le problème d'incohérence temporelle en termes de bassins de capture et donc de congruence évite de devoir formuler des fonctions de facteurs d'actualisation ad hoc. Au contraire, la congruence permet de caractériser toutes les trajectoires résolvant l'« anomalie » de l'incohérence temporelle, grâce à la détermination des conditions initiales congruentes, du répertoire d'actions, et des conditions tangentielles que j'exprime, de manière originale. La formulation de la congruence en termes d'inclusions différentielles entre ego et le but permet donc de s'en tenir à la formulation originale de l'affordance dans un contexte de comportements non normatifs.

#### **2.9.4 Arbitrage entre consommation et épargne pour leg : le rôle de la subjectivité de la qualité de la vie et de la mortalité anticipée**

L'arbitrage entre consommation et épargne intervient dans un contexte de vieillissement de la société où la solidarité familiale se détériore. La maximisation de l'utilité intertemporelle permet de calculer la préférence pour l'épargne.<sup>55</sup> L'arbitrage implique une satisfaction subjective quant à la qualité de vie, la survie anticipée et les profils de consommation. Les équations économétriques endogènes basées sur l'étude longitudinale coréenne sur le vieillissement, 2006-2014 (10 205 adultes âgés de 45 ans et plus) montrent que la

---

<sup>55</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim (2021) « Arbitrage between consumption and saving for bequest: the role of subjective expected survival and satisfaction with the quality of life, South Korea 2008-2014 », *Macroeconomic Dynamics* 25(4), 998-1019.

préférence pour l'épargne est déterminée uniquement par et à travers ces variables endogènes, sans autres effets socio-économiques directs. Les personnes qui dépensent le plus dans l'éducation sont celles qui ont la plus grande préférence pour l'épargne. Les variables socio-économiques influencent la préférence pour l'épargne en accord avec la théorie économique du cycle de vie, mais à travers le filtre structuré des variables subjectives endogènes et des profils de consommation.

#### **2.9.5 Un biais cognitif à anticiper la mortalité affecte la qualité subjective de la vie et le style de consommation associé**

Comment l'attitude face à la mort influence-t-elle le niveau et les profils de consommation, et inversement ?<sup>56</sup> La base de données est un suivi représentatif de Coréens de 2006 à 2016. La question posée dans l'enquête porte sur la survie anticipée (la personne interrogée exprime en pourcentage les chances qu'elle s'estime avoir d'être en vie dans 15 ans). Pour caractériser l'attitude face à la mort comme pessimiste, réaliste ou optimiste, il faut comparer la mortalité anticipée à la mortalité espérée (donnée par les tables de mortalité du moment). En effet, les personnes interrogées sont conscientes que leur risque de mourir augmente avec l'âge, mais cette observation ne tient pas compte du fait que les gens considèrent qu'ils vivent plus ou moins longtemps que prévu (selon les tables de mortalité de l'année en cours). La mesure pertinente est donc l'écart entre la mortalité anticipée sous-jacente à la survie anticipée et la mortalité espérée sur la base de la table de mortalité de la période nationale actuelle par sexe. Elle est nette des effets de l'âge et d'horizon d'âge. La mortalité anticipée sous-jacente conditionne la satisfaction de la qualité de vie et les profils de consommation associés, et par conséquent, à l'échelle macro, l'offre de biens économiques aux personnes âgées. Nous avons combiné la satisfaction de la qualité de la vie avec le niveau et les profils de consommation, l'écart à la mortalité espérée et la richesse, toutes ces variables étant endogènes. Les variables exogènes comprennent le sexe, l'âge, l'éducation, les enfants, le lieu de résidence et l'emploi. Nous trouvons que la satisfaction diminue avec l'âge ; les femmes sont moins satisfaites et anticipent une mortalité plus élevée que les hommes. Les personnes âgées anticipent un taux de mortalité qui n'augmente que linéairement avec l'âge, alors que la mortalité augmente en réalité de manière exponentielle. Ce biais cognitif, dû au fait que les personnes perçoivent des

---

<sup>56</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim (2022) « Cognitive bias in anticipating mortality risk affects the subjective quality of life and consumption-related lifestyle ». *Journal of Human Behavior in the Social Environment*.

progressions linéaires mais ont des difficultés à se projeter dans le temps, les conduit à surestimer leur satisfaction en termes de qualité de vie, créant ainsi un effet protecteur sur le bien-être, au détriment d'une juste visibilité économique du cycle de vie.

### **2.9.6 Un biais cognitif à anticiper son temps de séjour restant dans le poste de travail**

Le risque instantané de garder son emploi  $T$  années à l'avance est la solution d'un problème de maximisation de l'utilité où les individus quittent leur emploi à un moment aléatoire  $\tau \leq T$ , ou le conservent au moment  $T$ .<sup>57</sup> Il s'en déduit que la différence entre les logarithmes des taux de transition instantanés optimal et anticipé doivent être linéaires des variables explicatives. Des modèles de sélection à deux étapes de Heckman, un pour chaque type d'emploi (salarié régulier, temporaire, ou journalier, auto-employé et travailleur familial bénévole) croisés avec le sexe, permettent d'estimer cette différence à partir de l'enquête longitudinale coréenne sur le vieillissement 2006-2020. L'effet majeur, quel que soit le type d'emploi et pour les hommes comme pour les femmes, est, dans l'anticipation, de sous-estimer le taux de transition instantané avec l'âge. Des effets notables conduisant à sous-estimation sont l'horizon d'anticipation après 2.5 ans et au fil du temps, ce qui reflète une vulnérabilité à intérioriser les conditions plus dures du marché de l'emploi. La population des travailleurs se structure plus selon les types d'emploi que selon le sexe. Les travailleurs familiaux bénévoles sont encore influencés par l'environnement familial et le lieu de résidence ; les auto-employés par les variables liées au logement, le nombre de frères et sœurs, ou l'adéquation de leur niveau d'éducation au poste occupé ; les salariés journaliers par le nombre d'enfants, la consommation et l'épargne, le secteur d'activité ; les salariés temporaires par les variables liées à la famille étendue (nombre d'enfants et de frères et sœurs, logement, épargne) ; les salariés réguliers par des variables de réussite personnelle (niveau d'éducation et secteur d'activité). Ces contrastes structurent les dissonances cognitives dans l'anticipation du risque de quitter son emploi. Fournir l'équivalent de tables de mortalité pour le maintien en poste par covariable à partir d'une enquête représentative pourrait aider les travailleurs à mieux anticiper leur avenir professionnel.

---

<sup>57</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim ()“Will I keep my job?”: cognitive inequalities among elderly workers in anticipating medium-term occupational mobility

## 2.10 Déficit des ménages et choix des moyens de recours

La durée de déficit des ménages révèle la difficulté de réunir les moyens financiers d'en sortir et implique le choix de ces moyens.<sup>58</sup> L'enquête longitudinale coréenne sur le vieillissement, 2006-2020, fournit des informations sur la réponse du chef de famille. Le modèle est une technique d'estimation de Heckman en deux étapes couplée à des régressions probit des moyens de recours et de la santé subjective endogènes. Le déficit est plus probable lorsque le chef de famille est une personne âgée ou une femme, qui plus est sans emploi, avec des enfants à charge, vivant dans un appartement, avec des dépenses de logement. Le déficit est plus rapidement résorbé par les chefs de famille qui sont jeunes, ont plus d'enfants, ont un niveau d'éducation plus élevé, s'estiment en bonne santé, ne vivent pas en appartement et ne dépendent pas des transferts des parents. Le choix des moyens de recours ne modifie pas la durée du déficit. Les personnes qui utilisent des prêts bancaires plutôt que d'autres moyens ou rien sont plus jeunes, ont un emploi, s'estiment en bonne santé et vivent dans une métropole. Les dépenses de santé imprévues (non couvertes par l'assurance) poussent les gens à chercher des moyens de recours. La survenue de ces dépenses remet en cause l'hypothèse du revenu permanent et la théorie de la gestion des risques, qui reposent toutes deux sur l'anticipation. Le recours permet de contenir les durées de déficit. L'extension de l'assurance maladie nationale aux maladies chroniques, l'encouragement de la solidarité familiale, la subvention des aidants, la protection dans les emplois précaires, le microcrédit, la médiation entre les individus et les institutions, le soutien aux personnes en difficulté financière, la conciliation travail-famille sont des pistes de réforme.

### 2.10.1 Les retraites par répartition

Le paiement des retraites est compromis par l'arrivée à la retraite des classes d'âge nombreuses du baby-boom, qui sont suivies par les classes creuses actuellement actives. Le déséquilibre numérique entre cotisants et retraités est accentué par l'allongement régulier de l'espérance de vie à la naissance. La procédure usitée est de simuler des scénarios a priori, en explorant un (nécessairement) petit jeu de dates et de valeurs plausibles sur les changements des variables importantes, en éliminant ceux qui mettent le système de répartition en faillite, et en croisant les doigts pour qu'un des scénarii essayés fonctionne. Cependant, l'espace des changements possibles a pour dimension le nombre de variables

<sup>58</sup>Bonneuil, N. and Younga Kim (2024) « When households spend more than they earn: overcoming deficit with institutions, relatives, or selling property? ». *Forum for Social Economics*, 53(4), 379-399.

d'état : par exemple cinq si l'on considère la durée et le montant des cotisations, le taux d'intérêt, le taux de chômage, et le rapport du nombre de retraités au nombre des cotisants. Ce rapport varie dans le temps avec la mortalité, les migrations, et le passage à l'activité des classes d'âge les plus jeunes. Dans un espace déjà de dimension deux, il est très long d'essayer un à un tous les scénarios de modification de ces variables. La procédure alternative que j'ai développée<sup>59</sup> consiste à déterminer tous les états à partir desquels il existe une solution permettant de maintenir pour suffisamment longtemps un revenu suffisant pour les retraités et pour les actifs, tout en respectant une certaine équité entre générations, et en ne sous-estimant pas la résistance des acteurs sociaux au changement. Les actions pour parvenir au maintien du système à l'intérieur des contraintes spécifiées sont notamment l'allongement de la durée de cotisation et l'augmentation des cotisations, à taux de chômage et taux d'intérêt donnés. Un de mes résultats est d'indiquer quelles sont les commandes viables, quand les mettre en œuvre et avec quelle amplitude. La différence avec les procédures classiques d'optimisation est la prise en compte des contraintes et l'élargissement de la réponse à toutes les commandes viables.

### 2.10.2 Les retraites par capitalisation

En ce qui concerne la retraite par capitalisation, l'équilibre financier des caisses de retraite repose sur le calcul correct des pensions de retraite, en prenant en compte les paiements futurs et les taux d'escompte. Les erreurs de court terme commises dans les engagements des pensions à verser, les investissements inadaptés sur les marchés financiers, ou un mauvais assortiment avec des paiements en répartition ont des conséquences de long terme et peuvent mener la caisse de retraite à la faillite (comme de fait, c'est souvent le cas en France). J'ai établi<sup>60</sup> une équation différentielle gouvernant les actifs afin de mettre à jour les poids respectifs associés à l'erreur commise sur le taux d'intérêt, à celle commise sur l'octroi indu (pour raisons commerciales) de points, et à celle commise sur la prévision de la mortalité. Un bref suivi est suffisant pour estimer ces trois erreurs. Je détermine un taux d'intérêt minimal à gagner sur les marchés financiers pour contrebalancer le supplément de points octroyés.

---

<sup>59</sup>J.-P. Aubin, N. Bonneuil, F. Maurin, and P. Saint-Pierre (2001) « Viability of Pay-As-You-Go Systems », *Journal of Evolutionary Economics* 11, 555-571.

<sup>60</sup>N. Bonneuil (2013) « Early warning to insolvency in the Pension Fund: the French case », *Risks* 1, 1-13.

### 2.10.3 L'équité entre générations

De même, préserver l'équité entre générations consiste à réguler les transferts entre générations de sorte qu'aucune génération ne dépense plus qu'elle ne reçoit : j'ai repris ce problème en évitant d'optimiser une utilité inter-générationnelle établie sur un futur infini, mais en reformulant la question en termes de viabilité. Il en résulte un taux de rendement optimal de « capital humain » : pour des valeurs faibles (entre 4 et 11 % dans le cas français), il est d'autant plus facile d'assurer une valeur présente nette positive pour chaque génération que ce taux de rendement du capital humain croît ; mais un taux de rendement trop élevé (au-delà de 11 %) crée un décalage entre retraités et actifs, et conduit les trajectoires à violer la contrainte d'équité : les états viables se raréfient, le noyau de viabilité décroît.<sup>61</sup>

### 2.10.4 La dynamique des millésimes

Les modèles de millésime en économie traitent des structures par âge dans le vieillissement du capital physique ou humain. Ils posent la difficulté supplémentaire des équations différentielles avec retards.<sup>62</sup> J'ai pu calculer les noyaux de viabilité (les ensembles à partir desquels il existe une trajectoire (commandée) préservant le système) et estimé l'influence de leurs déterminants (seuil de consommation, taux technologique, investissement). J'ai montré notamment que la relation inverse observée par Boucekkine et al. (1998) entre la durée d'obsolescence et le taux de progrès technologique, valable sur les sentiers optimaux, l'est aussi dans les noyaux de viabilité. Pour cela, nul besoin de résoudre Hamilton-Jacobi-Bellman. En outre, je prends en compte l'hétérogénéité des agents, représentés par l'espace d'états, et l'hétérogénéité des investissements admissibles. J'élargis également le cadre de l'hypothèse d'agents rationnels (qui nécessitent d'être viables pour survivre économiquement, qu'ils soient optimisateurs ou non).

---

<sup>61</sup>N. Bonneuil and R. Boarini (2004) « Preserving Transfer Benefit for Present and Future Generations », *Mathematical Population Studies* (G. Feichtinger and V. Veliov editors) 11(3-4), 181-204.

<sup>62</sup>N. Bonneuil (2010), « Viability and Optimality in Vintage Models », in N. Hritonenko, Y. Yatsenko, and R. Boucekkine (eds), *Optimal Control of Age-structured Populations in Economy, Demography, and the Environment*, New York: Taylor and Francis.

### 2.10.5 L'origine des préférences économiques

J'ai abordé l'origine des préférences,<sup>63</sup> à partir des travaux de Robson et Samuelson qui ont montré comment les préférences de long terme résultent de dynamiques gouvernées par des matrices de Leslie. Or, dans un environnement changeant, ces matrices changent, et leurs valeurs propres dominantes ne donnent plus les préférences survivantes à long terme. Quelles sont les préférences qui survivent à long terme ? Comment rendre compte de la diversité des préférences en temps et en lieu ? Un exemple est le calendrier et l'intensité de la fécondité. Je montre également comment remplacer les surfaces d'indifférence (qui peuvent être décrites par une fonction d'utilité strictement croissante et quasi-concave) par les ensembles de régulation viable (ordonnés selon une inclusion stricte et correspondant à des dynamiques à graphe fermé).

### 2.10.6 La croissance endogène

J'ai repris le modèle de Ramsey de croissance économique dans la perspective de la viabilité. Augmenté d'un critère de consommation minimale et d'un critère de soutenabilité, il devient un problème de viabilité, dont les solutions comprennent les sentiers optimaux viables, les sentiers optimaux non viables, et les sentiers viables non-optimaux. Les sacrifices en termes de consommation présente nécessaires à la soutenabilité selon la commission Brundtland montrent que les pays riches doivent prendre la majeure partie du fardeau. L'analyse économétrique des volumes des ensembles de viabilité souligne le rôle du progrès technologique afin de garantir la soutenabilité selon Brundtland. Les paramètres de préférence tels que le taux pur de préférence temporelle sont statistiquement non significatifs.<sup>64</sup>

### 2.10.7 Les communs

**Populations et transition énergétique** J'examine la relation entre population et transition énergétique.<sup>65</sup> L'horizon temporel joue un rôle comparable à l'âge maximal de fécondité et les moments auxquels prendre des décisions sont des commandes, comme

<sup>63</sup>N. Bonneuil (2010), « Diversity of Preferences in an Unpredictable Environment », *Journal of Mathematical Economics* 46, 965-976.

<sup>64</sup>Bonneuil, N. and Raouf Boucekkine (2014) « Viable Ramsey economies », *Canadian Journal of Economics*, 47(2), 422-441.

<sup>65</sup>Bonneuil, N. and Boucekkine, R. (2016) « Optimal transition to renewable energy with threshold of irreversible pollution », *European Journal of Operational Research*, 248, 257-262.

le sont les moments auxquels faire des enfants dans la théorie du cycle de vie. La conduite du changement s'effectue en résolvant un problème d'optimum viable à six dimensions. Les conditions initiales de la population, sa consommation d'énergie fossile, le niveau de pollution initiale et le temps imparti déterminent le calendrier du changement technologique sur toute la période. Trouver le meilleur moment de changement de régime donnant lieu à un changement graduel est un problème original. Avec mon co-auteur, nous en donnons une solution élégante grâce à la théorie de la viabilité, mon théorème sur le maximum viable et l'algorithme que j'ai développé.

**La viabilité mathématique des communs** La croissance démographique modifie l'équilibre optimal entre la population stationnaire et ses ressources escomptées, produisant, à la place d'un point unique, une courbe d'équilibres, caractérisée par un effectif, une quantité de ressources, une récolte par tête et des taux de natalité variables.<sup>66</sup> Je donne une expression analytique des équilibres de Nash pour deux populations partageant une ressource commune capable elle-même de croissance. Je développe une procédure alternative, qui évite de résoudre des équations différentielles et qui inclut intrinsèquement les contraintes d'état. Celle-ci mène à construire le noyau de capture-viabilité d'un système auxiliaire. Pour deux populations, je démontre que l'ensemble de tous les équilibres de Nash sous contraintes d'état se trouve être l'intersection des bords des deux noyaux de capture-viabilité. Les deux méthodes, Pontryagin (dans ce rare cas calculable) et viabilité, donnent des résultats très concordants, ce qui confirme la justesse de mes deux théorèmes, de mon algorithme et de sa mise en application. La viabilité fournit des équilibres de Nash viables (contrairement à Hamilton-Jacobi-Bellman ou Pontryagin), son domaine d'application est vaste (seules Lipschitz et convexité des images sont requises), et elle est plus souple d'utilisation parce qu'elle évite de résoudre des équations différentielles pour chaque condition initiale.

**Équilibres de Nash dans la pollution des communs** Je traite le problème des communs dans un cadre non linéaire et sous contraintes de viabilité. Les protagonistes peuvent changer de dynamique au cours du jeu différentiel. Je calcule l'ensemble des équilibres de Nash viables grâce à une méthode innovante, fondée sur des intersections de variétés dans des espaces de grande dimension, et en m'appuyant sur mon théorème de

---

<sup>66</sup>Bonneuil, N. (2018) « Population Growth and Nash Equilibria under Viability Constraints in the Commons », *Journal of Optimization Theory and Applications* 176, 478-491.

viabilité de 2006 paru dans *J. Math. Analysis and Applications* et sur celui de maximum viable de 2012 paru dans *Optimization*. À l'équilibre de Nash viable, les populations sont interdépendantes : les différents niveaux de productivité conduisent la plus productive à hâter sa transition énergétique et la moins productive à la retarder. En l'absence de coopération, les efforts des uns démotivent ou retardent les autres, avec des conséquences sur le bien-être des populations.<sup>67</sup>

### **La nuptialité pour réguler les communs : le cas des Cosaques du Don, 1863-1916**

**1916** La soutenabilité dans les biens communs a été associée à la valeur optimale nette commandée par le taux de récolte, et quasiment toujours, dans les études théoriques, dans le cadre d'une population à l'état stationnaire. La croissance démographique change tout. Dans les sociétés traditionnelles, la fécondité était régulée par l'âge au mariage. En période de croissance démographique et lorsque les ressources sont limitées, La viabilité économique exige que l'âge au mariage croisse. Pour les Cosaques du Don, 1863-1916, j'ai montré, avec Elena Fursa,<sup>68</sup>, que le mariage précoce, qui était un marqueur important de la cohésion sociale, a été trop lent à croître lorsque la mortalité s'est mise à décroître, ce qui a alimenté la croissance démographique devenue alors insoutenable pour l'économie agraire du Don : l'âge au mariage apparaît alors comme un élément essentiel, bien que ignoré jusque là, de la théorie des biens communs au sein des sociétés traditionnelles. Pour cela, j'ai introduit l'âge au mariage comme commande supplémentaire dans un modèle de recherche opérationnelle ancré dans les données historiques, sous dynamique de Lotka-McKendrick et de récolte des ressources. Nous avons également étayé l'analyse par des données d'archives sur le prix des terres par niveau de qualité, sur les rendements, et sur les variations climatiques.

#### **2.10.8 Les réseaux sociaux**

Les régulations peuvent également être des matrices de connexion. Le succès de l'analyse des réseaux en sciences sociales repose en effet sur la constatation que certains événements sociaux qui s'expliquent mal en fonction de considérations socio-économiques deviennent plus compréhensibles lorsqu'on les relie à des réseaux de relations. La procédure dev-

---

<sup>67</sup>Bonneuil, N. and Raouf Boucekkine (2017) « Viable Nash Equilibria for Common Pollution », *Pure and Applied Functional Analysis* 2(3), 427-440.

<sup>68</sup>Bonneuil, N. and Elena Fursa (2021), « Nuptiality to Regulate the Commons? The case of the Don Cossacks (south Russia), 1867-1916 », *Oxford Economic Papers* 73(2), 698-719.

enue classique est d'estimer des matrices de liens. Certains auteurs ont proposé de relier l'existence de liens à des variables socio-économiques, et de discerner des relations de dominance ou de substitution dans la construction des réseaux. Cela revient à considérer les réseaux sociaux comme des variables dans des espaces de réseaux. J'ai proposé une vue différente<sup>69</sup> des réseaux dynamiques, en montrant que ceux-ci interviennent moins comme variables d'état que comme commandes dans des systèmes commandés. Il s'agit donc de commandes dans des espaces de grande dimension. Dans l'étude célèbre de Sampson sur une communauté de moines, j'ai montré que la variable d'état est la volonté de rester dans le monastère. Lorsqu'une crise survient, le réseau d'amitiés ou d'inimitiés régit l'ordre de départ des moines. La crise sociale est une crise de viabilité du système. Grâce aux inéquations de viabilité, j'ai reconstitué les processus sous-jacents qui aboutissent à l'observation de l'événement.

J'ai repris un deuxième article célèbre montrant que le contrôle politique des Medici dans la Florence du quinzième siècle (« everyone knew that the Medici wanted, as bankers, to make money; as families, to increase prestige; as neighborhood patrons, to amass power ») résultait d'un réseau d'affaires et de liens de mariage. J'ai montré que le réseau effectivement utilisé satisfait les conditions de viabilité de la domination des Medici. Ces conditions déterminent tous les réseaux qui auraient rendu possible le même succès : les réseaux sont alors des stratégies dans la lutte pour le pouvoir, et la variable d'état est le pouvoir politique. Il s'agit alors d'utiliser les réseaux *viables*, grâce auxquels la trajectoire temporelle apportera le contrôle politique aux Medici : ces réseaux satisfont les conditions de viabilité. Padgett et Ansell (1993) ont montré que les Medici tiraient leur puissance de la place éminemment centrale qu'ils occupaient dans le réseau : j'ai montré que la centralité des Medici n'est qu'un moyen pour obtenir des matrices viables dans le sens de leur domination politique.

A chaque instant, tout un ensemble de réseaux est possible pour les Medici, pas seulement celui retenu par la chronique : les Medici auraient pu établir de nouveaux liens, en rompre d'autres, tout un ensemble de changements était possible, mais seuls ceux qui sont viables sont bénéfiques aux Medici. Leur habileté fut dans leur capacité à établir et à sélectionner les liens qui rendent la matrice de connexion viable.

---

<sup>69</sup>N. Bonneuil (2000) « Viability in Dynamic Social Networks » *Journal of Mathematical Sociology* 24(3), 175-182.

### 3 Le maintien du polymorphisme génétique

#### 3.1 Recombinaison génétique et sélection naturelle

En génétique des populations, une question fondamentale est le maintien du polymorphisme dans des environnements variables dans le temps. La sélection dépendant de la densité ou celle à variation stochastique ont été proposées comme participant aux facteurs sélectifs de la variation moléculaire. Dans beaucoup de populations biologiques naturelles, les coefficients de sélection ne sont pas constants mais fluctuent d'une génération à l'autre à cause de la transmission génétique et des changements de l'environnement.

Dans un environnement imprévisible, il n'est plus question de chercher le maximum d'adaptabilité, alors que le concept de noyau de viabilité traduit fidèlement la question du maintien du polymorphisme. Il permet de prendre en compte les changements transitoires, qui sont la règle en biologie des populations, et d'obtenir des résultats sans imposer de lois aux variations d'adaptabilité : le noyau de viabilité joue donc un rôle central dans la compréhension de la sélection darwinienne, parce que les trajectoires quittant cet ensemble entrent dans une crise de rareté, alors que celles encore dans le noyau conservent une chance de conserver le système dans un état suffisamment polymorphe. Les systèmes ne « sélectionnent » pas les adaptabilités. Le noyau de viabilité révèle simplement que, si les allèles parviennent hors du noyau, alors il n'existe pas de possibilité d'éviter l'appauvrissement du polymorphisme.<sup>70</sup>

#### 3.2 Regagner la bio-diversité

Le maintien de la variation génétique soulève la question subséquente de l'avènement ou du retour d'un allèle rare, un ressort important de la conservation génétique. Le concept de nombre minimal de générations en polymorphisme appauvri apporte une réponse. Il permet de statuer sur l'existence d'une route vers le polymorphisme, et de déterminer quelles fécondités associées aux combinaisons d'allèles doivent être sélectionnées à chaque génération.<sup>71</sup> Le tracé des courbes de niveau du nombre minimal de générations hors du polymorphisme révèle l'importance des fécondations hétérozygotes.

---

<sup>70</sup>N. Bonneuil and Saint-Pierre P. (2000) « Protected polymorphism in the two-locus haploid model with unpredictable fitnesses », *Journal of Mathematical Biology* 40 (3), 251-277.

<sup>71</sup>N. Bonneuil and P. Saint-Pierre (2002) « Minimal Number of Generations out of Polymorphism in the One-Locus Two-Allele Model with Unpredictable Fertililities », *Journal of Mathematical Biology* 44(6), 503-522.

### 3.3 Migration et sélection

J'ai reformulé le maintien du polymorphisme sous sélection et migration variant dans le temps comme un problème de viabilité.<sup>72</sup> J'ai identifié le noyau de viabilité pour migration et sélection douce, du cas à deux dèmes et deux allèles jusqu'au cas à quatre dèmes et quatre allèles. J'ai montré les déterminants du maintien du polymorphisme dans cette situation d'adaptabilité et de migration imprévisibles. Le noyau de viabilité combine la tension entre l'ouverture et la fermeture aux migrations au jeu des valeurs d'adaptabilité de tous les allèles dans chaque dème. Ces déterminants sont multivoques : le long de la trajectoire sur laquelle le polymorphisme se maintient, les valeurs d'adaptabilité et les taux de migration ne sont pas fixés par une règle (par exemple constant, endogène, dépendante de la fréquence, cyclique, au hasard) mais simplement appartiennent à l'éventail des valeurs admissibles. Certaines valeurs seront prises de manière répétitive : la répétition de valeurs d'adaptabilité et de taux de migration suffisamment bas ou suffisamment hauts n'a pas de règle fixe d'occurrence ; cela dépend du lieu où le système voyage dans le noyau de viabilité. Je suggère donc que la recherche de schémas réguliers dans les systèmes empiriques pourrait être complétée par la recherche des simples répétitions. Dans l'intérieur de l'ensemble définissant le polymorphisme, les trajectoires restant sont myriade, et la séquence des commandes viables dépend de la trajectoire prise. Cela contribue à l'incertitude de la dynamique, sans avoir recours à aucune loi de probabilité ou à quelque mécanisme endogène ou à la sensibilité aux conditions initiales.

### 3.4 Diversité génétique dans le modèle de Moran et viabilité sous dynamique stochastique

En génétique des populations, dans le modèle de Moran de dérive et de sélection d'un allèle mutant avec croissance de la population, au lieu d'examiner les conséquences d'une sélection et d'une croissance de la population prédéfinies, la coexistence de l'allèle sauvage et de l'allèle mutant devient la maximisation du temps de séjour dans un ensemble donné.<sup>73</sup> Je propose ainsi d'étendre le concept de viabilité au cas stochastique. Dans le cas tychastique, un état  $x_0$  dans un ensemble fermé donné  $K$  à l'horizon  $T$  est viable si le temps

<sup>72</sup>N. Bonneuil (2012) « Multiallelic Polymorphism Maintained by Unpredictable Migration and Selection », *Journal of Theoretical Biology* 293, 189-196.

<sup>73</sup>N. Bonneuil (2022) « Optimal control of genetic diversity in the Moran model with population growth », *J. of Biological Systems* 30(01), 27-50.

maximal de séjour dans  $K$  partant de  $x_0$  vaut  $T$ . Dans le cas stochastique, j'ai proposé de remplacer ce concept par le temps maximal espéré de séjour dans  $K$  partant de  $x_0$ . Le processus ici est commandé par la mortalité supplémentaire du mutant et par la croissance de la population. Cela permet d'attribuer rétroactivement des valeurs d'adaptabilité en fonction des contraintes, orientant ainsi une politique de conservation ou une stratégie vers une proportion souhaitée de mutants, ou, alternativement, donnant les conditions optimales qui ont permis la coexistence des deux allèles.

### 3.5 La valeur économique de la bio-diversité

Concilier la conservation génétique avec la rentabilité économique passe par la théorie des systèmes dynamiques sous contraintes de viabilité.<sup>74</sup> Avec Raouf Boucekkine, j'ai proposé que la valeur économique de la distribution d'allèles est viable si la diversité génétique est préservée le long du sentier temporel associé. Le plus grand ensemble de distributions initiales à partir desquelles il existe au moins une trajectoire préservant la diversité génétique —entendue comme ensemble déterminé dans l'espace d'états— est le noyau de capture-viabilité. Il fournit une règle de décision sur la question de savoir comment réguler la souche résistante et la souche susceptible, et ceci en fonction de la présence incertaine et variable dans le temps du parasite. Il faut savoir empêcher la fixation de l'allèle susceptible en l'absence du parasite pour maintenir la diversité génétique lorsque le parasite réapparaît. La variation du noyau de capture-viabilité révèle l'influence de déterminants (prévalence de la maladie, coût de la virulence, coût de l'incapacité à infecter l'hôte résistant, coût d'adaptabilité lorsqu'une réaction de résistance est déclenchée, coût d'adaptabilité pour les hôtes résistants qui ne rencontrent pas de pathogènes) dans ce cadre général et variable dans le temps. Une valeur plus grande est obtenue en partant d'une grande distance génétique lorsque le parasite infectieux est suffisamment abondant ; en son absence, la valeur est plus grande lorsqu'on part d'une prévalence faible de l'allèle résistant, ce qui correspond à une faible distance génétique. Parmi les trajectoires viables, il en existe une procurant le plus grand bénéfice inter-temporel. Je détermine celle-ci en calculant un noyau de capture-viabilité pour une dynamique augmentée, grâce à mon théorème dans *Optimization* 2012.

---

<sup>74</sup>N. Bonneuil and R. Boucekkine (2020) « Genetic diversity and its value: conservation genetics meets economics », *Conservation Genetics Resources* 12, 141-151.

### 3.6 Jeux dynamiques des populations

L'autre modèle historiquement fondamental de la dynamique des populations est celui d'interactions entre espèces biologiques. En théorie des jeux dynamiques, chacun des joueurs peut modifier ses stratégies à tout instant, en tenant compte des actions des autres joueurs. Son but est d'abord de *rester dans le jeu*, et si possible de se trouver dans son *domaine de victoire*, l'ensemble d'états du jeu où il existe une solution gagnante tenant compte des stratégies adoptées par les autres joueurs.

Le modèle proie-prédateur peut être considéré comme un tel jeu dynamique. Venant de la bio-mathématique, ce modèle a de nombreuses applications en économie (voir Friedman dans *Econometrica*, 1991) et en démographie (Micheli, 1994 ; von Tunzelman). La mathématique de ce modèle intéresse donc les sciences sociales. Initialement considérées constantes, les interactions entre proie et prédateur sont en réalité soumises à d'incessantes fluctuations, en raison du stress, de l'environnement changeant, des mutations génétiques, ou de l'hétérogénéité phénotypique des populations. On a ainsi pu imaginer ces interactions comme des fonctions « endogénéisant » les densités, ou comme des fonctions stochastiques, etc... Comme nous ignorons en fait le mode de variation de ces interactions, la seule chose que nous puissions avancer est qu'elles varient à l'intérieur d'ensembles, qui recouvrent nos incertitudes ou notre ignorance. L'enjeu pour la proie consiste à survivre, tandis que le prédateur ou le super-prédateur doit ménager la proie pour assurer sa survie à long terme. Les pillards doivent ménager les paysans s'ils veulent pouvoir les rançonner à nouveau plus tard. Ces considérations de contraintes sur les états et sur les stratégies sont suffisantes pour délimiter les plus grands domaines de viabilité pour chacun des protagonistes, ainsi que le domaine de coexistence. Je détermine également quelles sont les stratégies qui assurent la viabilité de l'un ou de l'autre (parfois il n'en existe qu'une seule paire, parfois un ensemble plus large – la régulation du système est multivoque).<sup>75,76</sup>

---

<sup>75</sup>N. Bonneuil et K. Müllers, 1997, « Viable Populations in a Prey-Predator System », *Journal of Mathematical Biology* 35, 261-293.

<sup>76</sup>N. Bonneuil et P. Saint-Pierre, 2005, « Population Viability in Three Trophic-level Food Chains », *Applied Mathematics and Computation* 169/2, 1086-1105.

## 4 La mathématique du temps des populations : théorèmes, algorithmes, Histoire et théorie du temps

### 4.1 Existence et unicité des solutions de Lotka-McKendrick

Webb (1981) a démontré l'existence et l'unicité des solutions du système constitué de l'équation différentielle de McKendrick et de l'équation intégrale de Lotka, au cœur de la mathématique des populations,<sup>77</sup> dans le cadre des solutions intégrables au sens  $L_1$ . Avec Jean-Pierre Aubin et Franck Maurin, j'ai étendu le théorème d'existence et d'unicité des solutions au cas des fonctions à graphe fermé.<sup>78</sup> Notamment, les solutions apparaissent désormais comme parcourant les ensembles atteignables issus de la pyramide initiale et des naissances. L'ensemble de ces ensembles atteignables est *l'enveloppe d'invariance* de l'ensemble des contraintes, dont l'existence et l'unicité découlent de propriétés purement topologiques. Le respect de contraintes par le système au cours du temps provient de la construction même de l'enveloppe d'invariance. La démonstration tient en une vingtaine de pages, au lieu d'un livre entier dans le cas des fonctions  $L_1$ -intégrables, et les forces de mortalité, de migration et de fécondité sont très générales.

### 4.2 Les multiplicateurs de viabilité font découler les modèles des contraintes

La plupart des modèles de population reposent sur des conjectures consistant à postuler les interactions (logistique, endogène, ...). Les non linéarités qui ont fait la fortune des modèles de population produisent des trajectoires intéressantes, mais ne sont ni nécessaires ni suffisantes pour le maintien des populations en présence. J'ai montré comment les conditions de viabilité sont, elles, inhérentes au maintien des populations.<sup>79</sup> Elles étendent la méthode des multiplicateurs de Lagrange à des ensembles non lisses de contraintes d'état. Elles permettent de sélectionner les modèles dont les solutions satisfont les contraintes d'état. J'ai notamment montré comment les expériences historiques de Gause, de Luckinbill, et de Pimentel, qui partent de systèmes proie-prédateur voués à l'extinction et les

<sup>77</sup>Sur laquelle j'ai commis un manuel : N. Bonneuil (1997) *Introduction à la modélisation démographique*, Paris, Armand Colin.

<sup>78</sup>Aubin J.-P., N. Bonneuil and F. Maurin (2000) « Non-linear Structured Population Dynamics with Co-Variates » *Mathematical Population Studies* 9(1), 1-31.

<sup>79</sup>N. Bonneuil (2003) « Making Ecosystem Models Viable », *Bulletin of Mathematical Biology* 65, 1081-1094.

modifient de manière à les faire persister, revenaient à construire des multiplicateurs de viabilité (respectivement par migration, altération du milieu, ou adaptations génétiques).

### 4.3 Mon algorithme de viabilité : le défi de la grande dimension

L'algorithme usité pour calculer le noyau de viabilité était limité à trois dimensions, parce que chaque point d'une grille couvrant l'ensemble contraint doit être testé de manière itérative et son statut viable ou non viable mémorisé. J'ai proposé un nouvel algorithme permettant de traiter de grandes dimensions d'état.<sup>80</sup> Je ne mémorise plus de grille, mais je définis une distance associée à une condition initiale et à une solution gouvernée par une trajectoire de commandes. Par optimisation stochastique sur la séquence des commandes, je minimise cette distance, ce qui me permet d'identifier si l'état initial est viable ou non. La recherche de l'état initial est également effectuée par optimisation stochastique, de sorte que la procédure consiste en une double optimisation stochastique : l'une avec l'état initial examiné, afin de décider si celui-ci est viable ou non, et l'autre où l'état initial varie. Une propriété de semi-perméabilité (une solution peut sortir de l'ensemble des contraintes mais ne peut pas y entrer) permet de collecter plusieurs autres états viables une fois obtenu un état viable sur le bord de l'ensemble des contraintes. Le volume du noyau et son intervalle de confiance sont calculés en tirant des états aléatoirement et en identifiant leur statut de viabilité. Cela permet de caractériser les volumes, qui reflètent la marge de manœuvre des acteurs, en fonction des paramètres.

### 4.4 L'optimum viable

J'ai ensuite examiné<sup>81</sup> la question de maximiser tout en restant viable une fonction de la solution ou une intégrale de cette fonction (problème de Mayer avec viabilité). J'ai établi un théorème permettant de calculer l'ensemble des maxima viables comme frontière d'un certain ensemble (le domaine de capture-viabilité d'une certaine dynamique associée à la dynamique décrivant le processus de base). Ma méthode remplace avantageusement Pontryagin, qui est vite insoluble par la non-linéarité ou par la présence de contraintes. En outre, je résous pour l'ensemble des conditions initiales, et n'ai pas besoin de résoudre

---

<sup>80</sup>N. Bonneuil (2006), « Computing the Viability Kernel in Large State Dimension », *Journal of Mathematical Analysis and Applications* 323 (2), 1444-1454.

<sup>81</sup>N. Bonneuil (2012) « Maximum under continuous-discrete-time dynamic with target and viability constraints », *Optimization* 61(8) 901-913.

un système différentiel à chaque jeu de conditions initiales —système d'ailleurs soluble le plus souvent numériquement quand il l'est. Application à la théorie économique du cycle de vie : calcul du maximum viable d'utilité d'un agent partagé entre consommation, fécondité, et épargne au cours de sa vie. En outre, la dynamique est hybride (ce qui est une question d'actualité en théorie de la commande) : les commandes sont continues en consommation, en épargne et en rendement financier, et discrets pour le nombre et la date de naissance des enfants. Grâce à une variante de mon algorithme de viabilité, adapté aux grandes dimensions d'état et aux commandes continues-discrettes, je calcule quand il est optimal et viable d'avoir des enfants, compte tenu de la consommation des enfants et des parents, celle-ci étant elle-même dynamique. Je complète ainsi mon article paru dans *Journal of Mathematical Economics* 2008 sur le cycle de vie et le choix du moment de la fécondité, où j'ai développé la théorie économique du cycle de vie viable.

## 4.5 Les équilibres de Nash viables

Comme je l'ai indiqué plus haut, j'ai mis au point une méthode puissante de calcul de l'ensemble des équilibres de Nash (faire le mieux possible compte tenu du fait que les autres protagonistes font de même) viables (les trajectoires restent dans un ensemble fermé donné), en grande dimension d'états. Grâce à mon théorème sur l'obtention des optima comme bord d'un noyau de capture-viabilité pour une dynamique augmentée, je connais après calcul tous les optima (ce qui est rarement le cas par les procédures habituelles, qui nécessitent de résoudre des équations différentielles pour chaque condition initiale). Cet ensemble constitue une variété dans l'espace d'états. L'intersection des variétés obtenues pour chacun des protagonistes est exactement égale à l'ensemble des équilibres de Nash.

## 4.6 Histoire et théorie du temps

Je me suis expliqué sur cette perspective nouvelle du temps que j'ai développée dans l'étude des populations,<sup>82</sup> en la situant par rapport à la théorie du chaos importé de la physique et par rapport au mode narratif revendiqué par la micro-histoire notamment. Au lieu de voir une histoire comme se déroulant le long d'une trajectoire, j'ai plaidé pour l'analyse multivoque et les inclusions différentielles en sciences sociales, comme étant plus adaptées

---

<sup>82</sup>N. Bonneuil (2001) « History, Differential inclusions, and Narrative » *History and Theory* Theme issue 40 ‘Agency after Postmodernism’, Wesleyan University, 101-115.

au temps humain, parce que la direction que le système peut prendre à tout instant est élargi à l'ensemble de toutes les directions admissibles générées par un répertoire d'actions. L'enjeu est souvent d'aller vers un objectif (survivre, conquérir ou conserver le pouvoir, éviter la pauvreté, réussir une campagne de pêche, maintenir la diversité,...) en dépit de perturbations incontrôlables. J'ai également discuté l'apport de la théorie des probabilités et celle des jeux dynamiques à l'Histoire.<sup>83,84 ,85</sup>

J'ai mis en perspective philosophie de l'Histoire et mathématique du temps,<sup>86</sup> notamment en discutant la présence de propriétés comme la continuité ou la connectivité dans le travail de narration. J'ai également comparé l'apport des probabilités à celui des dynamiques contingentes (par inclusion différentielle) dans la question de l'induction.<sup>87</sup> J'ai notamment éclairé l'asymétrie entre passé et futur dans le calcul des ensembles atteignables : la connaissance de sous-ensembles de l'espace d'états par lesquels doit passer le système dans le passé, plus rarement dans le futur, impose une restriction sur l'ensemble atteignable, et donc relève d'une démarche épistémique ; en direction du futur, la multiplicité d'histoires possibles créée par la variation possible et indéterminée d'un nombre fini de commandes est intrinsèque à la dynamique et donc s'apparente à une compréhension ontique des trajectoires futures.

La « longue marche de l'Église », de Saint-Augustin (Ve siècle) à la réforme grégorienne (1127) a finalement réussi à redéfinir durablement les rapports entre la violence, la famille et les ministres de Dieu, donc entre les sexes. J'ai proposé différentes grilles de lecture de cet événement fondateur de la civilisation occidentale, en identifiant des équilibres de Nash et des points-selle dans l'espace des émotions, en montrant comment l'amour courtois possède les caractéristiques des innovations évolutives (au sens des innovations à l'échelle moléculaire), en identifiant la mutation des rapports entre les sexes et avec Dieu comme des transformations morphologiques de bassins de capture et d'ensembles de viabilité.<sup>88</sup>

\*\*\*

---

<sup>83</sup>N. Bonneuil (2004) « Repertoires, Frequentism, and Predictability », *History and Theory* 43(1), 117-123.

<sup>84</sup>N. Bonneuil (2005) « History and Dynamics: marriage or mésalliance? », *History and Theory* 44(2), 265-270.

<sup>85</sup>N. Bonneuil (2008) « Do historians make the best futurists? », *History and Theory* 48, 98-104.

<sup>86</sup>N. Bonneuil (2010) « The mathematics of time in history », *History and Theory* 49, 27-45.

<sup>87</sup>N. Bonneuil (2013) « Viabilité, probabilités, induction », *Tracés*, 24, 71-84 (éditions de l'Éns).

<sup>88</sup>Bonneuil, N. (2016) « Arrival of courtly love: moving in the emotional space », *History and Theory* 55(2), 253-269.

# Le temps des hommes et des femmes requiert une mathématique spécifique

Le grand enjeu de la démographie est de penser le temps des hommes et des femmes, que ce soit dans l'ancien régime démographique, où les fortes irrégularités de la fécondité au cours du temps traduisent le maintien ou l'extinction de communautés soumises à de sévères conditions de mortalité, pendant la transition, où le rythme de changement dépasse le simple ajustement à un environnement changeant, ou pendant le baby-boom, où la fécondité se stabilise temporairement après des mouvements de rupture. Les causalités qu'on croirait de bon sens se révèlent trompeuses. La démographie, science d'observation et non d'expérimentation, a sans doute besoin de s'approprier une mathématique du temps social et historique originale, et de dépasser les notions du temps souvent héritées d'une ancienne physique. Au lieu de prolonger des trajectoires ou d'imaginer des scénarios, on peut se demander quelles actions ou quels comportements permettraient soit de perpétuer soit de mettre fin à un système inscrit dans le temps.

J'ai rapproché la mathématique du temps et l'économétrie de la démographie. Le cadre figé des populations stables ou des processus Markoviens qui dominent la démographie ne peuvent pas nous parler du temps des populations. Les simulations, pourtant très populaires, sont impuissantes à rendre compte d'espaces d'état, même de dimension deux, où les commandes varient continûment. De nombreux modèles reposent sur des conjectures, où les spécifications d'interactions racontent une certaine histoire, mais résultent rarement de considérations phénoménologiques. La survie ou la faillite d'un système constituent des principes intéressants dans les sciences sociales ou naturelles. La mathématique de la viabilité permet de traduire au plus près ces principes, et de les confronter aux contraintes pour en déduire ce que ces interactions devraient être pour que le système se perpétue ou ont du être pour qu'il prenne la forme que nous lui connaissons aujourd'hui. Plutôt que de la prévision, ces correspondances donnent la « carte du futur » : comment les acteurs devront réagir en telle ou telle situation si le système doit perdurer. Je propose donc un déplacement de nos concepts traditionnels de population stable, simulation, prévisions, probabilités, équilibres, que j'ai par ailleurs contribué à faire vivre en démographie, vers un cadre conceptuel et mathématique intégré, nous permettant de penser l'incertitude, l'humain et le transitoire, replaçant l'Histoire et la mathématique du temps au cœur des transformations démographiques.